TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA

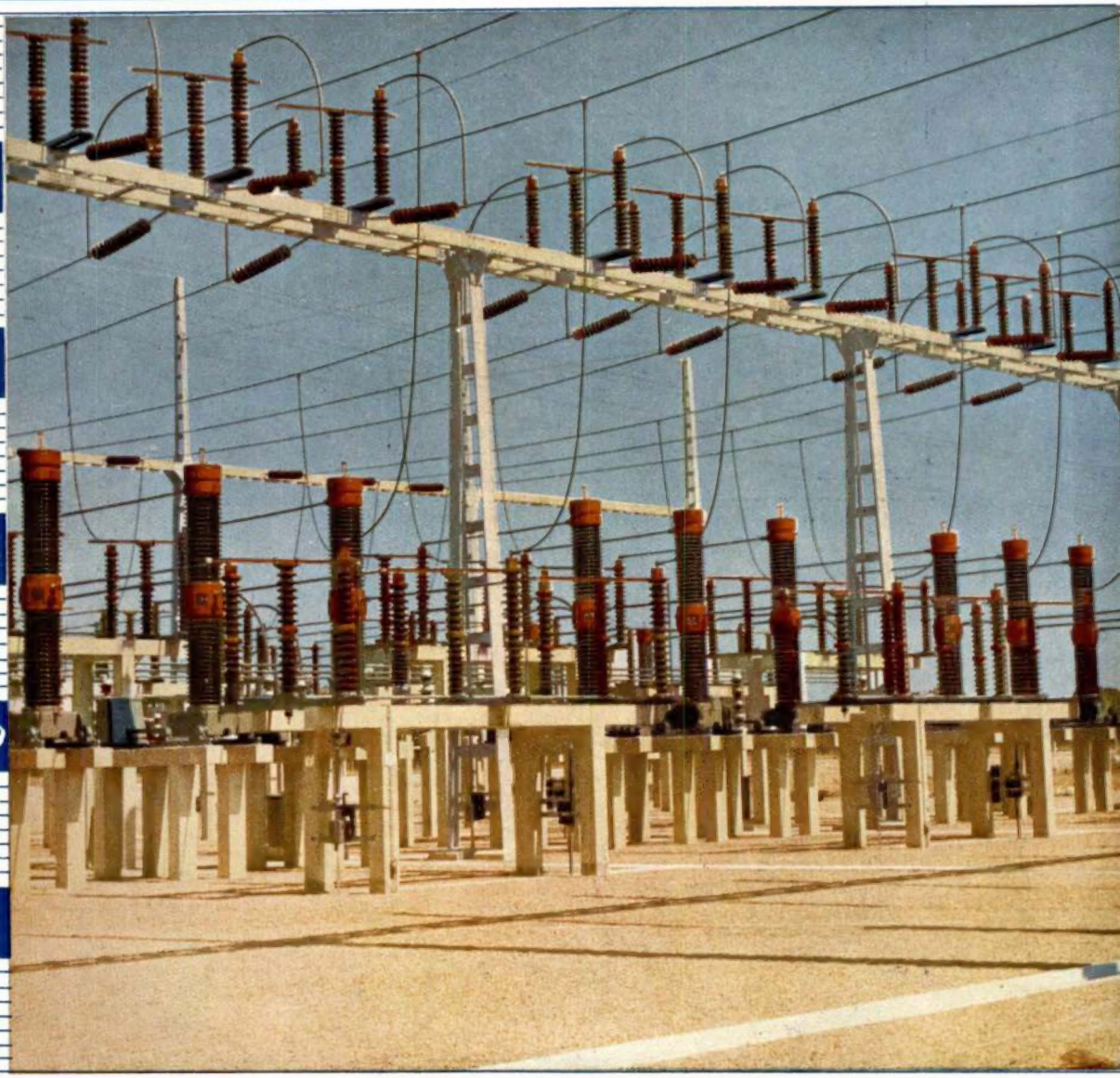
economia

tecnologia

sociologia

investigação

pedagogia



JULHO 1961

314

Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão – Setúbal

Telef. 028824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 28201/2/3

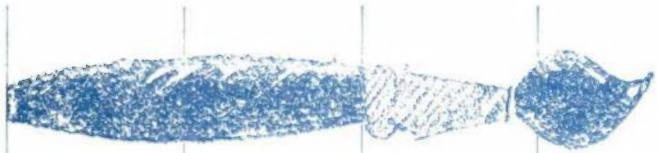
ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA —— AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 – TEL 21277

4 papeis suiços de alta qualidade, para todas as necessidades técnicas

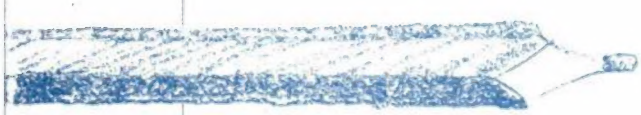


DÉPOSÉ SIHL SUPERBUS

Papel de desenho mate e acetinado granitado para aguarelas.

SIRIUS

Papel de desenho acetinado.



ASSISTENT

Papel de desenho mate.

Utoplex

Papel vegetal mate e acetinado.

Exija expressamente Papel Sihl
Papeteries Zuricoises sur Sihl Zurich

Representantes em Portugal:
E. BRUNNER & CA., LDA., Rua de Aviz, 13, Porto
Distribuidores: DETÉCNICA
— Equipamentos Técnicos de Desenho, Ld.ª
Av. de Berna, 46 1.º D Telef. 765321

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXIV - N.º 314 Julho de 1961

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

DIRECTOR
JORGE GONÇALVES CALADO

ADMINISTRADOR
MIGUEL FALCÃO

SECRETARIO
ANTÓNIO ALVES MACEDO

REDACTORES
JOSÉ FERNANDO PINHARANDA
CARLOS PENA
RAMIRO CONFRARIA
JOSÉ ALBERTO FERNANDES

*

NUMERO AVULSO 12$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	32$50	50$00	95$00
Ultramar Português e Espanha	—	55$00	100$00
Estrangeiro	—	80$00	110$00

*

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

*

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.da
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Subestação de Porto Alto — 150 kV, da Companhia Nacional de Electricidade — Projecto e instalações de INEL — Indústrias Eléctricas Associadas, S. A. R. L. — Aparelhagem de fabricação nacional — EFACEC.

Págs.

Cálculo numérico: Metodologia

Por Manuel Frias de Almeida e Sá 579

Turbinas a gás

Por João Carlos Adrião de Sequeira 589

Contribuição ao estudo dos deslocamentos irreversíveis na observação de barragens de betão

Por Armando N. P. Cameira 607

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional** 622

Alguns aspectos das fundações dos pavimentos rígidos de estradas

Por Joaquim C. Santos Viseu 623

Biblioteca 635

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

Pág.

A

A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXXVI
Alfredo Alves XXXI
Asea Eléctrica Ld.ª XXX
Azevedo & Pessi, Ltd. XXXV

C

Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . X
Companhia Industrial de Madeiras Africanas XXVI
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XV
Companhia União Fabril. XVIII
Construções Técnicas, Ltd.ª XXI
C. Santos, Ltd.ª . . . . . VI e XIV
Crane XXII
Cruz & Cruz, Lda. XXVI

D

Detécnica . . . . . 2.ª da capa

E

EFACEC XIX
Electro-Arco, Ltd.ª . . . . . 2.ª da capa
Electro Central Vulcanizadora, Ld.ª XXXIX
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XXIX
Empresa de Cimentos de Leiria . . XXXIX
Empresa Electro Cerâmica IV
Empresa Nacional de Aparelhagem Eléctrica XXVIII
Empresa de Produtos Asfálticos. . . VII
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XIII
English Electric VIII
Eng.º Augusto Cavaco XLI
Estabelecimentos Herold XL

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XX

H

Henriques & Castro, Ltd.ª X

Pág.

Hydrel XXX
H. Vaultier & C.ª XXX

K

Kellogg International Corporation XXXIV

M

Martin Leslie & C.ª Lda. XX
Metrimpex V
Mobil Oil Portuguesa . . . . . 4.ª da capa
Monteiro Gomes, Ltd.ª XII

O

Orlando Fernandes XXIV

P

Papelaria Fernandes XXVII
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

S

S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XVII
Soabal, Ltd. XVI
S. Com. de Isolamentos de Cortiça XXXIII
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade Ericson de Portugal . . . XXXV
Sociedade Portuguesa Cavan IV
Sociedade Técnica de Equipamentos e Tractores, Lda. . . . . (Intercalado)
Société Louis de Roll V
Sofomil XXXVIII
Sondagens Ródio, Ltd.ª XLI
SMEIA XI
Standard Eléctrica IX

T

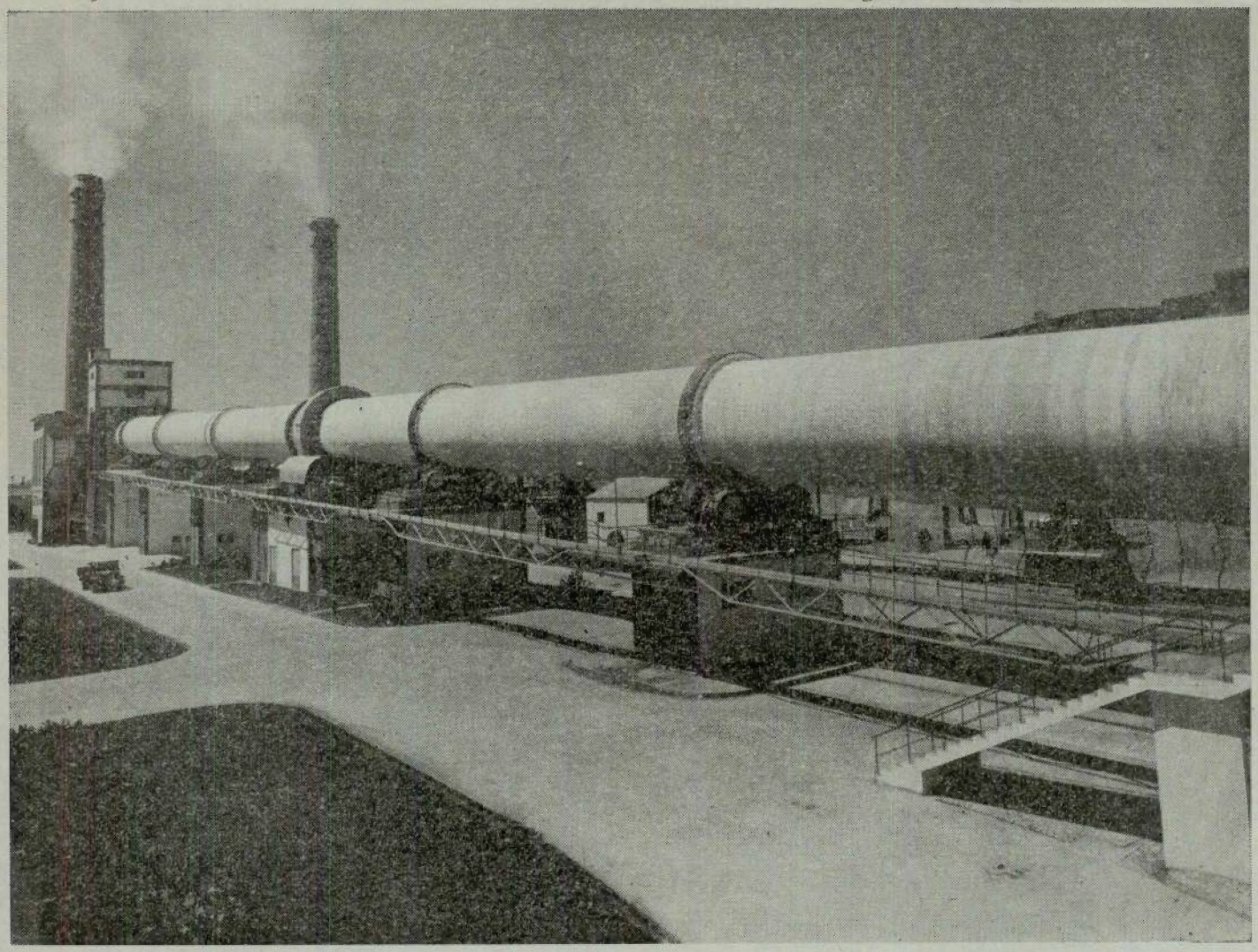
Terrys XXXVII
Tudor XXIII

V

Vasco Pessoa, Lda. XXIV
Vitrofib XXXV

W

Wild Portugal, Lda. XXV



COMPANHIA CIMENTO TEJO
(Alhandra)

5.ª LINHA FABRIL

Assente sobre 407 estacas Franki

FUNDAÇÕES FRANKI

Sociedade Construtora Portuguesa, Lda.

Praça do Areeiro, n.º 9, 4.º Esq. — Lisboa — Tel. 72 60 61 e 72 99 11

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

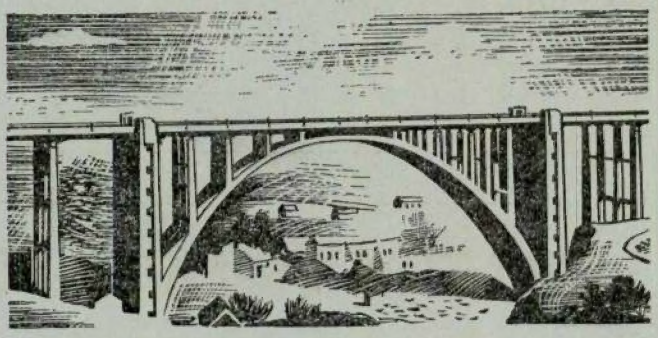
CLINICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

QUASE 40 ANOS AO SERVIÇO DA ENGENHARIA PORTUGUESA



GRANDE SORTIDO DE INSTRUMENTOS DE PRECISÃO, CIENTÍFICOS E INDUSTRIAIS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 2 43 14 — 2 42 48 ✦ TELEG.: TECNA

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS

MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

MANILHAS PARA ESGOTOS

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A

TELEF. 47812-50129

LISBOA

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

Candal — Gaia

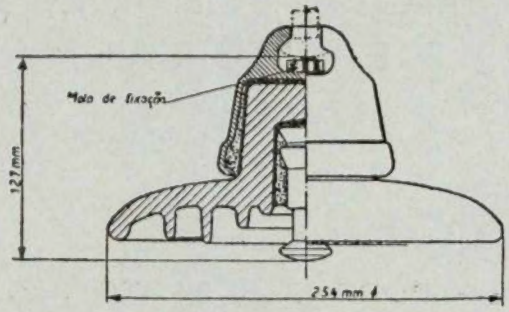
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

Peso aproximado: 4,3 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Sede — Largo Barão de Quintela, 3 — LISBOA

DE ROLL

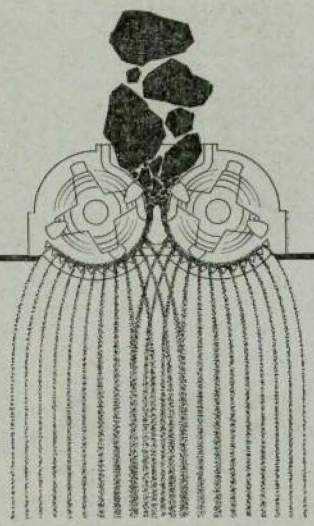
Britadeiras

284

Para um
serviço permanente sem perturbações
são ideais as

britadeiras de martelos DE ROLL,
com duplo rotor,

de construção moderna
e sólida



DE ROLL
Fábricas de Klus, Klus (Suiça)

Representantes
em Portugal:
Socotel, Lda.
Rua Sá da Bandeira, 651
4º. Esq.
Porto - Telef. 27013

Contadores de água fria para casas de habitação, diâmetro de passagem de 13 a 40 mm

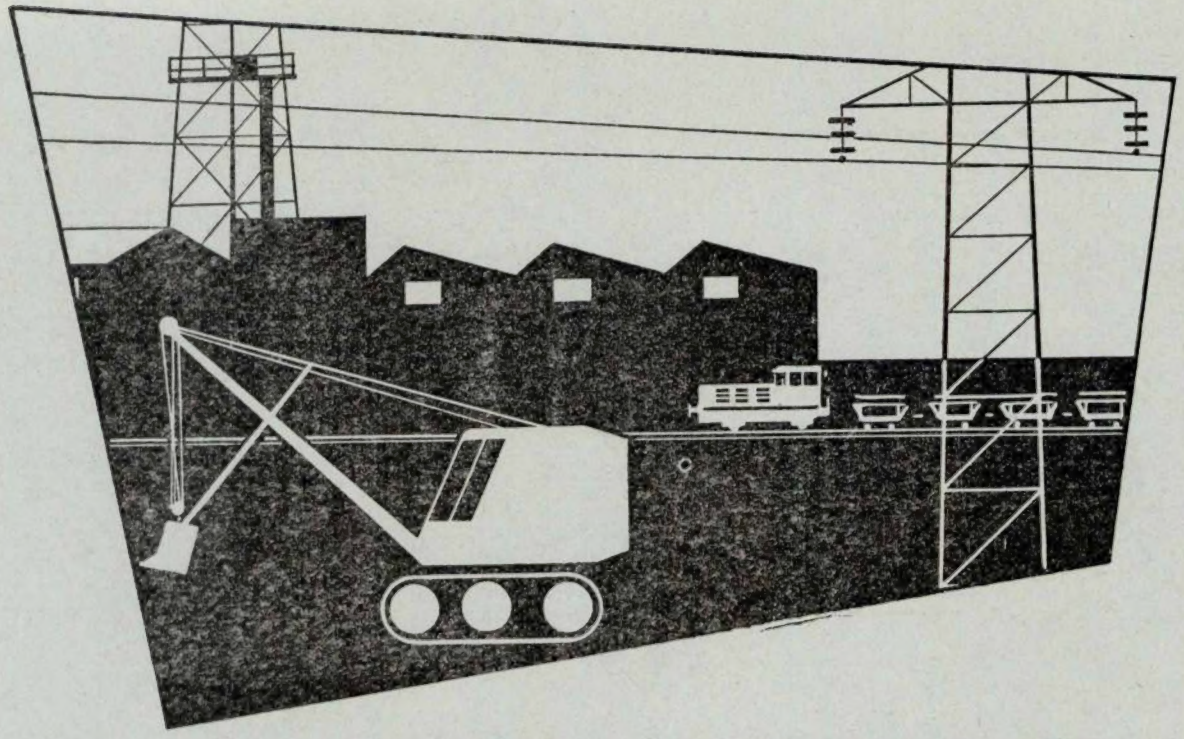
EXPORTAÇÃO:

METRIMPEX

Sociedade Húngara para o Comércio Externo de Instrumentos

Correspondência: **Budapest 62 Caixa Postal 202 — Húngria**

Telegramas: **Instrument Budapest**



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS · ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

Celulite

ISOLAMENTO
TÉRMICO DAS
CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS
FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS
INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. + RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° + TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços,
paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE
TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.°-LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

Para propulsão

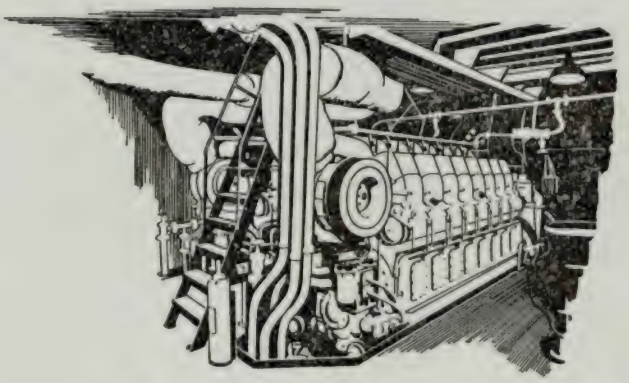
e serviços auxiliares

•

MOTORES DIESEL

TURBINAS

EQUIPAMENTO ELÉCTRICO



Uma organização ao serviço
das empresas armadoras

'ENGLISH ELECTRIC'

ENGLISH ELÉCTRICA DE PORTUGAL, LIMITADA

Rua Cascais, 47 (Alcântara) — LISBOA 3

Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

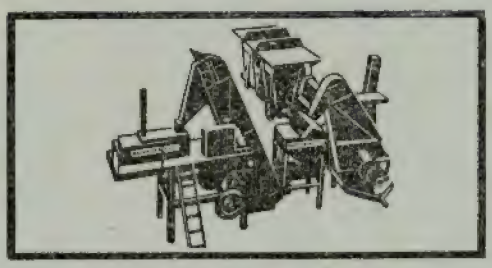
Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

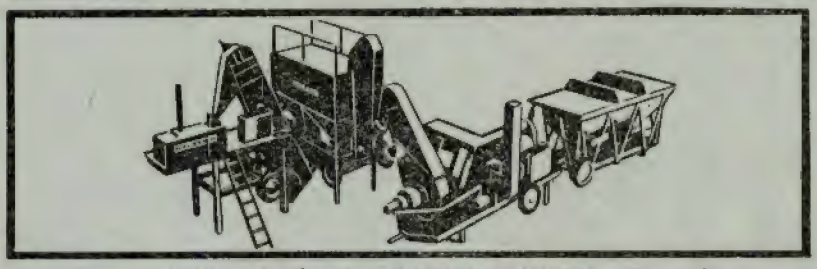
Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

MISTURA FRIA — Produz acima de 50 ton. / hora com o misturador 840-B.



MISTURAS QUENTES INTERMÉDIAS — Produz até 45 ton. / hora, utilisando o misturador e secador.



MISTURA AGREGADOS MÚLTIPLOS, DE ALTA QUALIDADE — Com rendimento de 45 ton. / hora, usando o misturador, o secador e o seleccionador.

Nova instalação de mistura de betuminosos, marca BARBER GREENE, modelo 840-B

Escolha a instalação de Mistura que mais o satisfará. — Por baixo custo inicial, pode adquirir a nova instalação de mistura de betuminosos, marca Barber Greene, modelo 840-B que apresenta as características próprias das grandes instalações. O misturador isolado produz bases estabilizadas e misturas betuminosas frias. Adicionando um secador, um seleccionador e um retentor de poeiras (ciclone) ao misturador, poderão produzir-se misturas betuminosas de quaisquers características.

O novo e mais comprido misturador, de veio duplo, proporciona uma mistura mais perfeita e uma maior capacidade.

A tremonha de descarga do misturador é accionada hidràulicamente, facto que evita a segregação da mistura. A posição alta da tremonha de descarga permite que as camionetas parem para a carga, mesmo por baixo da tremonha.

Fàcilmente móveis e montáveis. — Todas as unidades são transportadas sobre semi-reboques equipados com rodas de pneus, fàcilmente rebocáveis por camionetas. Todas as unidades dispõem de suportes ajustáveis, não necessitando, pois, de bases.

Para informações detalhadas dirija-se ao representante exclusivo.

Barber-Greene

Barber-Greene Americas, Inc., Aurora, Illinois, U.S.A.
Barber-Greene Overseas, Inc., Aurora, Illinois, U.S.A.
Barber-Greene Canada, Ltd., Toronto, Ontario, Canada
Barber-Greene Olding & Co., Ltd., Hatfield, Herts, England

REPRESENTANTE EXCLUSIVO:

SMEIA

SOCIEDADE DE MECANIZAÇÃO INDUSTRIAL E AGRÍCOLA, S. A. R. L.

Avenida Padre Manuel da Nóbrega, 8
LISBOA

Ad No. 55-203A-B

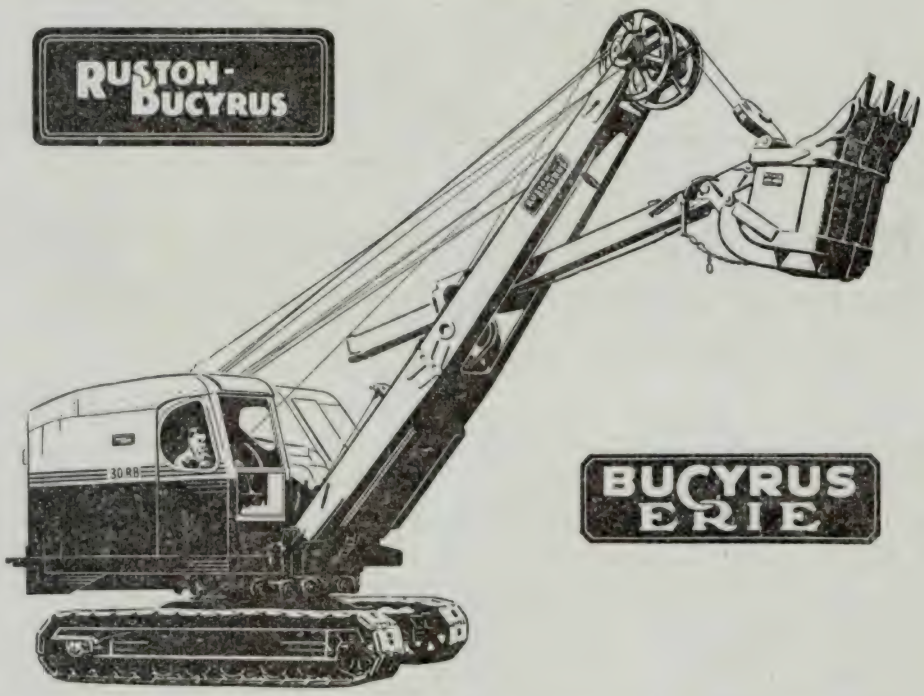
ESCAVADORAS

RUSTON-BUCYRUS, LTD.

E

BUCYRUS-ERIE & Co.

Modelos de 3/8 a 36 jardas cúbicas



As escavadoras de reputação mundial mais utilizadas no território português

Stock permanente de peças sobressalentes
Oficina de reparações
Técnicos e mecânicos especializados
Ensino e treino de operadores

Representantes exclusivos para Portugal e Ultramar

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

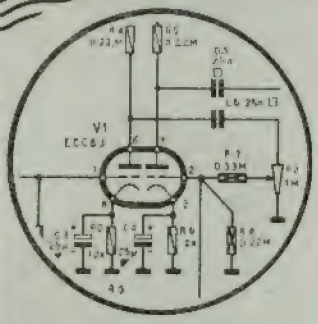
Rua Cascais, 47 (Alcântara)

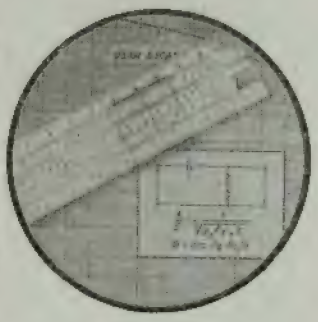
LISBOA

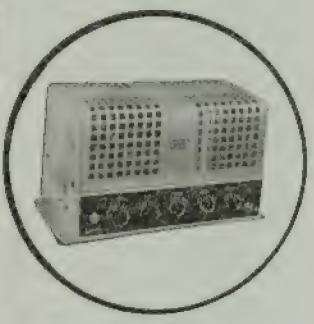
LUANDA LOURENÇO MARQUES

EQUIPAMENTO DE AMPLIFICAÇÃO DE SOM

BEM CONCEBIDO BEM CALCULADO CONSTRUIDO







LESA

A grande marca italiana

Representantes em Portugal

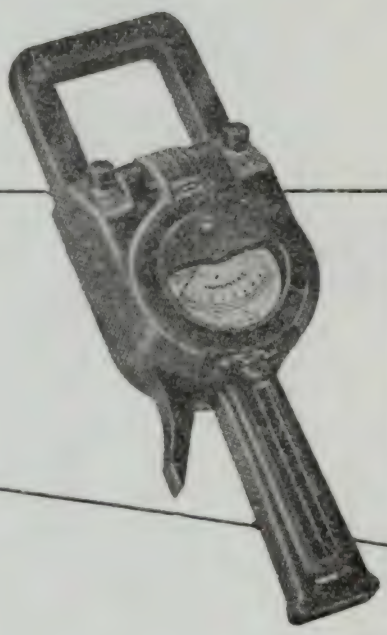
TELECTRA

EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S. A. R. L.

Rua Rodrigo da Fonseca, 103, r/c
LISBOA — Tel. 68 60 72

Rua Sá da Bandeira, 766-1.º E.
Tel. 2 48 18 — PORTO

PINÇAS FERRANTI



PINÇAS VOLT—AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 – 10 AMPS.	0 – 150 V
0 – 25 »	0 – 600 »
0 – 100 »	
0 – 250 »	
0 – 1000 »	

PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

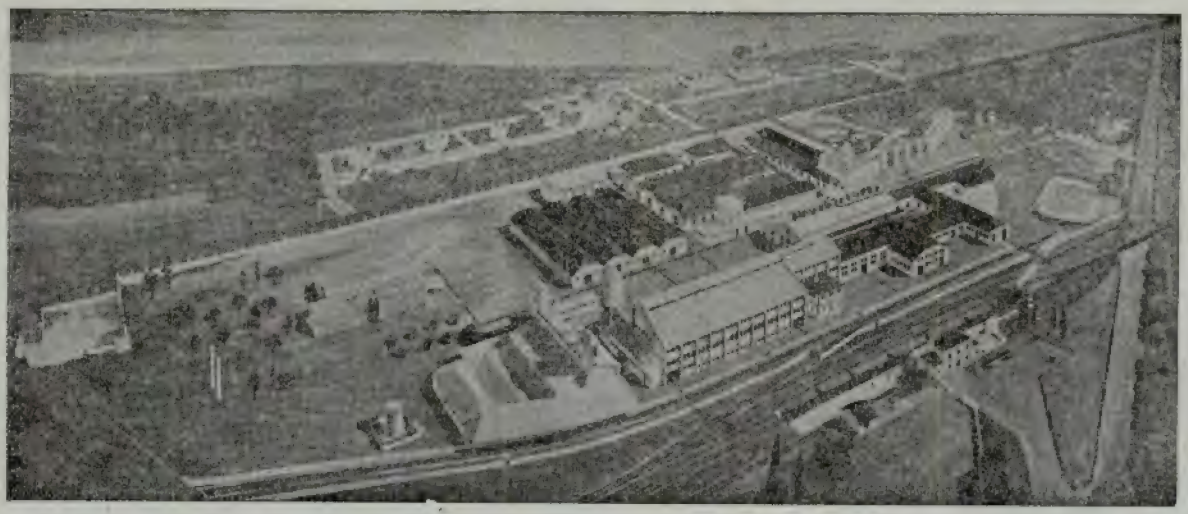
0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS LDA.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA
T. DA GLÓRIA, 17—LISBOA
160, R. STA. CATARINA, 168—PORTO



COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CALCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

E EM MONTAGEM

GRAFITE

FÁBRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 67222

SEDE
Largo de S. Carlos, 4 - 2.º — LISBOA
Telefones 25343-29608-368989

AÇO TOR

O AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA
PARA BETÃO ARMADO COM
MAIOR VENDA NO MUNDO

TENSÃO DE SEGURANÇA 2.400 Kg/cm²
SEM GANCHOS

Especifique
AÇO TOR
com o símbolo

SOABAL – SOCIEDADE DE AÇOS PARA BETÃO ARMADO, LDA.
RUA JOAQUIM BONIFÁCIO, 2, 1.º — TELEF. 4 05 66 — LISBOA

TÉCNICA

DIRECTOR: JORGE GONÇALVES CALADO
ADMINISTRADOR: MIGUEL FALCÃO
SECRETÁRIO: ANTÓNIO ALVES MACEDO

Ano XXXVI — N.º 314 Julho de 1961

C. D. U. 518 [378.962]

CÁLCULO NUMÉRICO: Metodologia

PELO ENG.º MANUEL FRIAS DE ALMEIDA E SÁ
C. E. M. A. E. E. N., M. S. I. A. M.

O Cálculo Numérico, oriundo das técnicas dos pequenos calculadores mecânicos e de adaptações ou criações esporádicas de certos modelos matemáticos, só nos últimos anos vem encontrando a sua estruturação específica neste crescendo incessante de quantificação do mundo material. Esta quantificação, porém, é dependente do conhecimento da estrutura física do mundo material, ainda incipiente em tantos domínios fundamentais da Tecnologia por falta de teorização do estado físico real e/ou por insuficiência de experimentação planificada (muitas vezes devida à dificuldade intrínseca da definição de certos processos materiais reais e correlativo deficiente controle dos mesmos). Esta problemática do quantitativo informa a Metodologia dos cursos, particularmente no Instituto. Foi, neste aspecto, que surgiram, à margem das lições da 51.ª Cadeira, os apontamentos e observações que seguem.

1. O Cálculo Numérico é, por excelência, *a tecnologia do quantitativo*, devendo ser compreendido à luz da evolução científica e tecnológica das últimas décadas, em que se passou, um tanto bruscamente, dum mundo em que a *compreensão* era um *fim em si* para uma atmosfera em que a compreensão é considerada, principalmente, *promotora de acção de influência* sobre o meio e/ou de controle deste.

A Matemática, tendo evoluído por solicitações ou caminhos diversos, encontrou, na primeira grande ciência de quantificação rigorosa, experientalmente confirmada — a Mecânica Celeste — motivação para um desenvolvimento extraordinário da *Análise* e objectivo para um primeiro surto sistemático de *técnicas de cálculo*. A Teoria da Gravitação, de Newton deve muito ou deve tudo ao *estudo numérico das órbitas dos planetas*, a que Kepler dedicou a sua vida de estudo, mas poucos apreciarão hoje quanto a criação dos logaritmos neperianos ajudou os trabalhos do astrónomo. É significativa a dedicatória que faz Kepler nas suas Ephemeris «ao ilustre barão Napier», de quem o pensador David Hume diria, mais tarde, que «the title of Great Man is more justly due than to any other whom Scotland ever produced».

Só no fim do século passado se deu, porém, uma autêntica sistematização da Matemática. Lembremos, apenas, a unificação e sistematização da Análise por Cauchy e o célebre programa de Erlangen, de Felix Klein, que mostrou a íntima associação das Geometrias com a Álgebra. Pròpriamente, só já no segundo quartel deste século — e depois de um trabalho exaustivo de classificação, unificação, arrumação e exclusão — encontrou a Matemática o seu *objecto* específico — o quantitativo, axiomatizado, não contraditório — e o seu *método* próprio — o método algébrico. Ficou, assim, definitivamente estruturada a Matemática como *linguagem do quantitativo*, como ciência independente, *essencialmente não experimental*, com objecto e método próprios. Já J. W. Gibbs, numa visão genial, deixara entrevisto, nos seus escritos precursores da moderna interpretação estocástica da fenomenologia,

este carácter essencial da Matemática como linguagem do quantitativo. Tecnicamente, esta evoluiu segundo dois ramos ou especializações profissionais — Álgebra e Topologia.

2. O Cálculo Numérico é Matemática apenas no aspecto formal. Como tecnologia do quantitativo tem que respeitar e empregar constantemente a *linguagem do quantitativo*, que é a Matemática. A Física, anàlogamente, enquanto quantitativa tem que utilizar a linguagem matemática. As equações de Maxwell, do electromagnetismo, têm uma expressão matemática porque traduzem interdependências quantificadas de variáveis físicas mas a sua essência é não matemática. A equação fundamental da Mecânica Clássica tem uma expressão matemática mas é, essencialmente, uma *síntese experimental* (1).

Num mundo em que só nas últimas décadas se deu uma quantificação apreciável da experimentação e das Tecnologias, era natural que se enquadrasse sob a designação geral de Matemática todos aqueles domínios de quantificação mais intensa, isto é, com *linguagem quantitativa mais densa*. Assim, ainda é hoje corrente apelidar de Matemática a Estatística, ciência que estuda o comportamento aleatório da fenomenologia material e que em nada contribuíu para a evolução daquela. Apenas se pode considerar matemática aplicada a teoria moderna da Probabilidade. Esta é, para a Estatística, simplesmente uma *medida* (medida da incerteza da generalização amostra → população) e, como tal, foi objecto de tratamento matemático aplicado, axiomático, como o integral definido.

Ainda a respeito da confusão entre o formal e o fenomenológico é curioso citar a justificação dada por P. G. Hodge para apresentar um tratamento formal da Plasticidade (2): «A palavra «plasticidade» significa muitas coisas para muita gente... e é considerada aqui um ramo das matemáticas aplicadas». Ora o que é facto é que todos os que conhecem, por experimentação, a fenomenologia da Plasticidade sempre se entenderam sobre o sentido físico de tal termo.

3. *Metodologia* é *aproximação* e *introdução* — aproximação porque foca os problemas sob uma perspectiva particular e introdução porque é apresentação a outrem de um novo domínio. A perspectiva metodológica do Cálculo Numérico evoluiu mais nas duas últimas décadas do que nos 3 séculos anteriores, em que, desde os primeiros cálculos das efemérides, pelos astrónomos e analistas tiveram os cálculos numéricos uma evolução lenta e quase apenas subsidiária das matemáticas puras. As solicitações de um *business* contabilizado, ordenado mais por convenção do que por ciência, mas, aspirando a uma dinamização jamais conhecida e a uma produtividade vital, levaram, já nos fins do século passado, a um grande impulso da mecanização da aritmética contabilística, de que foi precursora a histórica máquina aritmética de Pascal. Criaram-se, assim, grandes empresas dedicadas ao fabrico de calculadoras mecânicas e ao estudo da mecanização do càlculo aritmético.

Há duas décadas, porém, o *cálculo automático* e a *automação industrial* eram realidades incipientes, pràticamente sem «peso» na estruturação da vida científica e na organização técnica. Hoje a *programação em termos de operações elementares* — aritméticas ou *unitárias* — e o agrupamento delas em *rotinas automatizáveis* são o *new look* do Cálculo Numérico e da Tecnologia.

Vencida a inércia mecânica dos primeiros grandes calculadores digitais pela substituição dos circuitos mecânicos por circuitos electrónicos, encontramo-nos, nas duas últimas décadas, em presença de uma corrida, pela parte das grandes empresas construtoras de calculadores, às maiores velocidades possíveis de operações elementares e à criação de programações para os cálculos comerciais e científicos o mais eficientes possíveis, dada a capacidade e a organização lógica das máquinas. Constituem-se, deste modo, as bibliotecas de programação, IBM, Bull, etc.

4. A *teoria da interpolação* tem hoje um interesse crescente devido à necessidade de adaptar as estruturas contínuas da Matemática, apoiadas sobre o conceito de número real a modelos discretos,

(1) Não consideramos, é claro, certos pontos de vista críticos como os da corrente de Sir James Jeans da Física-Matemática, nem podemos entrar aqui em certos aspectos da problemática actual da mesma, expostos pelo sr. prof. eng.º António Gião na sua lição do último Curso de Extensão Universitária, da Universidade Clássica de Lisboa.

(2) in «Elasticity and Plasticity», Wiley, 1958.

construídos sobre o conceito de número inteiro e informados pela lógica da álgebra de Boole.

Newton, que depois de Gregory, foi um dos criadores da teoria da interpolação, estabeleceu logo um dos esquemas mais gerais e completos de interpolação polinomial na sua teoria das *diferenças divididas*. Foi pena que Newton não tivesse sido tão feliz na escolha de notações como o foi no cálculo das fluxões. A sua notação não põe em relevo o *carácter operacional do método das diferenças finitas*. A fórmula de Lagrange da interpolação, considerada um resultado fundamental em Álgebra, não é senão uma forma particular da formula de Newton.

Um alto ponto da teoria da interpolação, no seu período clássico, foi atingido com a ideia de Gauss de escolher convenientemente as abcissas de interpolação de modo a obter-se a melhor aproximação para o integral. Foi uma ideia frutuosa, generalizada a intervalos infinitos e aplicada às funções mais importantes. Descobriram-se ou estabeleceram-se ligações desta teoria com a teoria das fracções contínuas e com a teoria dos polinómios ortogonais. A discussão dos valores próprios e das funções próprias levou às ligações recentes com a teoria das equações integrais e com estudos numéricos sobre a equação de Schroedinger.

Um novo impulso na Teoria da interpolação foi dado por Tchebychev que introduziu a ideia da escolha dos coeficientes de interpolação de modo a obterem-se coeficientes iguais na fórmula integrada. Uma vez que estes coeficientes são os «pesos» com que os dados entram na fórmula, este ponto de vista estava de acordo com a, então muito em voga, teoria dos erros de observação.

O período moderno da teoria da interpolação é caracterizado pela introdução dos pontos de vista da análise funcional. Radon, particularmente, estabeleceu uma fórmula muito geral para o *termo residual* («error term») da interpolação polinomial. Em muitos casos, este pode obter-se sob a forma monomial $C^{te}.\ h^m\ f^{(p)}\ (\xi)$, sendo h o intervalo de interpolação e $f^{(p)}\ (\xi)$ um valor intermédio da derivada de ordem p da funcão f(x), em questão. Noutros casos é necessário recorrer a dois ou mais monómios. Ch. Blanc introduziu a ideia do estudo da «estrutura estatística» das funções. Isto mostrou, entre outras coisas de interesse para o Cálculo Numérico, que a fórmula de integração de Simpson é, em geral, mais favorável do que as outras fórmulas de Newton-Cotes.

Particular interesse têm hoje os métodos destinados a «acelerar» a *convergência das iterações*. É curioso notar que, no caso da inversão de um operador linear, obtém-se uma série $1 + K + K^2 + K^3 + \ldots$, de convergência linear; esta convergência pode passar a quadrática desde que se atenda ao produto de Euler $(1+K)\ (1+K^2)\ (1+K^4) \ldots = \dfrac{1}{1-K}$.

Era corrente considerar-se como inconveniente para o cálculo toda a expressão analítica sob a forma de quociente cujo denominador fosse muito pequeno. Ora muitas derivadas aparecem sob esta forma. Este problema não existe, pràticamente, para o cálculo digital moderno. Se se quiser obter um valor aproximado de tal quociente, por exemplo, com 10 decimais, basta tomar o numerador e o denominador com 20 decimais, isto é, trabalhar com precisão dupla.

Metodològicamente é vantajoso — e começa a ser corrente — estudar a interpolação através de *operadores*, que, pondo em relevo a estrutura da interpolação, facilitam o domínio dos métodos e a adaptação destes ao cálculo com máquinas. Nos últimos anos, particularmente, sob a iniciativa de Znedek Kopal — um grande nome da análise numérica —, têm-se desenvolvido métodos operatórios de integração e diferenciação numérica em termos de *diferenças tabulares* por um *processo linear* susceptível de notável precisão, *sem recurso a diferenças finitas de ordem superior*. As «operações» de diferenciação e integração são traduzidas em termos de operadores de deslocamento lateral e substituidas por aproximações em termos de fracções, racionais, com convergência rápida. A fim de se linearizarem as operações, as fracções são eliminadas por multiplicação. *A aproximação racional do operador integral* por diferenças centrais e diagonais permite uma *integração sistemática das equações diferenciais ordinárias*. Deste modo se consegue uma *apreciável redução de tempo e trabalho de programação e cálculo*. A maneira corrente de derivar as fórmulas de interpolação e integração numérica em temos de diferenças finitas é desenvolver as expressões E^m ou log E, em que E é o operador diferença lateral, em potências crescentes dos operadores. Se, em particular, as expressões $(1+\Delta)^m$ ou $(1-\nabla)^{-m}$ são desenvolvidas por meio do teorema do binómio, obtêm-se as conhecidas fórmulas de Newton para a interpolação.

Se, analogamente, se se desenvolve log E em série de Taylor e se eleva à potência conveniente, todas as conhecidas fórmulas de integração e diferenciação se obtêm. Todas estas fórmulas possuem, contudo, um grande inconveniente: a convergência deixa muito a desejar e obrigam a empregar, por isso, várias diferenças de ordem superior. Em vez do desenvolvimento em série de Taylor, Znedek Kopal emprega uma aproximação por fracções cujos termos são polinómios nos operadores. A fracção contínua do segundo membro de

$$\log(1+\Delta) = \cfrac{\Delta}{1 + \cfrac{1^2\Delta}{2 + \cfrac{1^2\Delta}{3 + \cfrac{2^2\Delta}{4 + \cfrac{2^2\Delta}{5 + \dots}}}}}$$

dá, por, sucessivos cortes, origem à sucessão.

$$R_1 = \frac{2\Delta}{2+\Delta}$$

$$R_2 = \frac{6\Delta + 3\Delta^2}{6 + 6\Delta + \Delta^2}$$

$$R_3 = \frac{60\Delta + 60\Delta^2 + 11\Delta^3}{60 + 90\Delta + 36\Delta^2 + 3\Delta^3}$$

$$R_4 = \frac{420\Delta + 630\Delta^2 + 26\Delta^3 + 250\Delta^4}{420 + 840\Delta + 540\Delta^2 + 120\Delta^3 + 6\Delta^4}$$

. Comparando esta sucessão com a série de Taylor, de $\log(1+\Delta)$ é fácil mostrar a superioridade dela sobre esta quanto à rapidez da convergência. Partindo da relação $\log(1+\Delta)F = hf$ e fazendo $\log(1+\Delta) = R_n = \frac{N_n(\Delta)}{D_n(\Delta)}$, vem a relação aproximada $R_n(\Delta)F \sim hf$, que é não linear em Δ. Pode, contudo ser *linearizada*, suprimindo as fracções:

$N_n(\Delta)F \sim h D_n(\Delta) f$. Vêm, as relações lineares

$$2\,d'_{0,5} = h\,(2f_0 + \Delta'_{0,5})$$

$$6\,d'_{0,5} + 3\,d'' = h\,(6f_0 + 6\,\Delta'_{0,5} + \Delta''_1)$$

$$60\,d'_{0,5} + 60\,d''_1 + 11\,d'''_{1,5} = h\,(60f_0 + 90\,\Delta'_{0,5} + 36\,\Delta''_1 + 3\,\Delta'''_{1,5}),\ \text{etc.}$$

A tradução destas relações em termos do operador diferença central, δ (que mantém, é claro, a linearidade) permite obter fórmulas de integração numérica e, particularmente, um método de integração numérica das *equações diferenciais ordinárias* muito eficiente pelo relativo pequeno número de operações elementares em que se traduz a sua aplicação.

5. A solução das *equações integrais* interessa não só às ciências puras mas, principalmente, à Tecnologia pois encontramos equações integrais na expressão de relações quantitativas em Plasticidade (fenómenos com hereditariedade), em Hidroaerodinâmica (movimento dum fluído viscoso numa conduta, vibração duma asa pela tensão dum fluído incompressível), em Termodinâmica (distribuição de temperatura numa barra em regime não estacionário), em Óptica, em Oceanologia, etc. É interessante saber como o cálculo numérico moderno veio permitir obter *soluções expeditas para os problemas formulados em termos de equações integrais*.

Resolver as equações integrais é problemo matemàticamente muito complicado, como é sabido do Cálculo Infinitesimal. Portanto, no Cálculo Numéríco, é preciso limitar o tipo de equações a resolver pela máquina. A limitação diz respeito, particularmente, ao *tipo de núcleo* da equação integral, $k(x,s)$:

$$\varphi(x) = f(x) - \lambda \int_0^{b \text{ ou } x} k(x,s)\,\varphi(s)\,ds$$

Como se sabe, b ou x, determinam os tipos Fredholm e Volterra, e $\varphi(x) =$ ou $\neq 0$ dá a espécie, 1.ª ou 2.ª respectivamente. *Toda a equação diferencial* de ordem arbitrária e coeficientes constantes pode reduzir-se a uma equação integral de Volterra com um núcleo do tipo $k(x-s)$ e, por isso, as equações com um núcleo deste tipo têm sido particularmente estudadas no cálculo numérico. Na determinação das características dinâmicas das soluções das equações integrais usam-se como dados iniciais dependências obtidas experimentalmente (1). Uma vez que as curvas experimentais são obtidas com erro de 5 a 10 %, este erro, vai reproduzir-se na solução numérica, que é, então, necessàriamente simplificada.

Os métodos usados para resolver as equações integrais são iterativos, do tipo simples e do tipo Gauss-Seidel. Uma equação de Fredholm de 2.ª espécie pode formular-se, então, assim, para o método de iteração simples

$$\overset{(k)}{\varphi}(x) = f(x) - \lambda \int_0^b k(x, s)\, \overset{(k-1)}{\varphi}(s)\, ds \;;$$

e para o método de Gauss-Seidel:

$$\overset{(k)}{\varphi}(x) = f(x) - \lambda \int_0^{x-\Delta} k(x, s)\, \overset{(k)}{\varphi}(s)\, ds - \lambda \int_{x-\Delta}^b k(x, s)\, \overset{(k-1)}{\varphi}(s)\, ds \;,$$

em que o índice superior entre parêntesis é o índice de iteração e Δ é uma quantidade arbitràriamente pequena, em princípio. Como as fórmulas mostram, a diferença entre o método de Gauss-Seidel e o método simples é que, naquele, ao calcular a função desconhecida, tomam-se os valores iniciais justamente calculados no passo iterativo em causa enquanto no método simples se empregam os valores de função incógnita obtidos no passo anterior. Por isso o método de Gauss-Seidel é mais conveniente. Particularmente, para equações de Fredholm de 1.ª espécie e com núcleo simétrico, de forma quadrática definida positiva, a convergência do método fica preestabelecida.

Têm um grande interesse hoje as equações integrais de 1.ª espécie cujos núcleos são *funções de autocorrelação* e, portanto, funções simétricas, definidas positivas. Portanto:

$$\int_a^b \int_a^b k(x, s)\, \omega(x)\, \omega(s)\, dx\, ds > 0 \;,$$

onde $\omega(x)$ é uma função arbitrária não idênticamente nula. Nestas condições, há, quando muito, uma solução para a equação Fredholm, pois, se houvesse duas, $\varphi_1(x)$ e $\varphi_2(x)$, era

$$\int_a^b k(x, s)\, [\varphi_1(s) - \varphi_2(s)]\, ds = 0$$

e

$$\int_a^b \int_a^b k(x, s)\, [\varphi_1(x) - \varphi_2(x)]\, [\varphi_1(s) - \varphi_2(s)]\, dx\, ds = 0 \;,$$

o que era contra a condição anteriormente estabelecida.

O facto de que uma equação de 1.ª espécie tenha uma só solução possível permite substituir o integral por uma soma o que conduz à *solução dum sistema de equações algébricas* cuja matriz é *simétrica* e *definida positiva*. Suponhamos que a função $\omega(x)$ tem a forma

$$\omega(x) = \sum_1^n \xi_i\, \delta(x - x_i)$$

---

(1) V/ V. Solodovnikov, Vvedeniye v statisticheskuyu dinamiku sistem automaticheskogo upravleniya, Gostekhizdat, 1952.

em que $\delta(x)$ é uma função de Dirac e os ξ_i são números arbitrários não simultâneamente nulos. Vem então:

$$\int_a^b \int_a^b k(x, s)\, \omega(x)\, \omega(s)\, dx\, ds = \Sigma\, \xi_i \int_a^b \omega(x)\, dx \int_a^b k(x, s)\, \delta(s - s_i)\, ds =$$

$$= \sum_1^n \xi_i \int_a^b \omega(x)\, dx\, k(x, s_i) = \sum_i^n \sum_j^n \xi_i\, \xi_j \int_a^b k(x, s_i)\, \delta(x - x_j)\, dx =$$

$$= \sum_i^n \sum_j^n \xi_i\, \xi_j\, k(x_j, s_j) \quad , \qquad \sum_j^n \sum_j^n \xi_i\, \xi_j\, k(x_i, s_j) > 0 \, .$$

No caso da função de autocorrelação, além de termos simétrica a matriz, $k(x_i, s_j) = k(x_j, s_i)$ é ainda $k(x_i, s_i) > 0$. Então, o método de Gauss-Seidel é necessàriamente convergente e podemos empregar a programação para os sistemas de equações sem qualquer condição particular.

6. A introdução dos métodos da Estatística, particularmente nas comunicações e no controle automático, exige um cálculo intenso de uma característica fundamental dos processos estocásticos — a *função de autocorrelação*. Pode calcular-se em simuladores electrónicos e em calculadores digitais. No primeiro caso só é possível o cálculo para um número limitado de processos. O problema é radicalmente resolvido pelo emprego de pequenos calculadores especializados no cálculo do *valor médio* M (x) *e da autocorreloção R (τ) dum processo estacionário x (t)*:

$$M(x) = \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, \omega(x)\, dx = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\, dt = m \, ,$$

em que $\omega(x)$ é a densidade de probabilidade do *processo estacionário* e T é o tempo de observação do processo x (t).

O cálculo de *função de autocorrelação* é baseado no *teorema ou princípio da ergodicidade*:

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t + \tau)\, x(t)\, dt = M[x(t + \tau)\, x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t + \tau)\, x_2(t)\, \omega(x_1, x_2; \tau)\, dx_1\, dx_2$$

Na prática observamos de 0 a T, a informação sobre o processo é incompleta e, portanto, temos, aproximadamente:

$$m \simeq \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, dt$$

$$R(\tau) \simeq \frac{1}{T} \int_0^T x(t + \tau)\, x(t)\, dt$$

É suficiente determinar R (τ) entre 0 e T porque a função de autocorrelação é par.

A função de autocorrelação R (τ) é então calculada em calculadores contínuos com orgãos para produzirem uma desfasagem τ e para multiplicarem x (t) por x (t + τ) para vários valores discretos de τ e, também, um dispositivo para integrarem o produto x (t + τ) x (t) durante o tempo T, de observação do processo. É preciso fixar o curso do processo num oscilograma ou num fonograma magnético para produzir a desfasagem. Trata-se, assim de calculadores intermédios entre os analógicos e os digitais — os *correladores*. Entre estes há a salientar o fotoeléctrico, em que o processo estocàstico é convertido em sinal eléctrico por meio de células fotoeléctricas.

7. Um dos aspectos mais representativos da quantificação do mundo material é, presentemente, o da introdução dos métodos da Estatística em quase todos os domínios da experimentação e da previsão. Isto corresponde, por um lado, à necessidade de tomar decisões em face de um *número limitado* de dados numéricos e, por outro, a uma evolução na interpretação da fenomenologia física. A estruturação da Física — e, em particular, da Química — é essencialmente dedutiva e idealizada. Para o experimentador, para o tecnólogo, a Física é fundamentalmente a ciência das *tendências* das variáveis (físicas), sendo a Química uma Física com transformação de matéria. O experimentador e o tecnólogo, em especial, têm que colher dados, observar, controlar e prever não em condições ideais mas em situações reais. Têm que decidir sobre um complexo interdependente de multiplas variáveis físicas, com um número limitado de observações ou dados.

Para controlar um processo, é essencial *medir* os vários valores que o caracterizam. Definamos a *quantidade de informação* relativa à leitura de uma variável, por exemplo, temperatura, pressão, tensão etc. Suponhamos que a quantidade varia entre os limites $x_d = x_{máx.} - x_{min.}$. Mesmo para uma variação contínua de x, o instrumento de medida fica insensível a uma variação inferior a $\pm \Delta x$, de acordo com a sua capacidade de resolução. Portanto só é possível obter um número discreto de valores de Δx: $N = \frac{x_d}{\Delta x} + 1$. Por consequência, a quantidade de informação associada a uma leitura é

$$I = \log_2 N = \log_2 \left(\frac{x_d}{\Delta x} + 1 \right).$$

Como resultado dum processo industrial, deve obter-se um produto final satisfazendo a certas características técnicas. As características físicas do produto final, por cujas variações se pode julgar até que ponto foram satisfeitas condições técnicas, constituem a *informação* para o departamento do controle técnico. A selecção da *comunicação* essencial a partir de todo o agregado de características do produto é conduzida através da *tecnologia* específica da produção, que estabelece uma sequência no processamento da matéria-prima ou componentes primários. Os meios técnicos empregados para mudar as características da matéria-prima são analogicamente correspondentes ao *transmissor* dum sistema de comunicação. A matéria-prima ou os componentes primários, cujas propriedades físicas contêm a informação essencial que constituem o *canal de comunicação*. A parte do *receptor* no processo industrial é desempenhada pelos instrumentos que controlam a qualidade, a partir dos quais se sabe o produto final satisfaz os requisitos técnicos. Estes instrumentos consistem, bàsicamente, em duas partes — uma parte de *medida* e outra de *filtro*. O produto satisfatório corresponde a um *sinal útil* e o insatisfatório a uma *interferência*. Deste modo os instrumentos de controle são *filtros* que deixam passar as comunicações essenciais e eliminam os *ruídos*.

Num *sistema de comunicação* nem o *emissor* nem o *receptor* tomam parte activa no funcionamento do sistema. Em particular o problema de saber como o emissor obtém a informação não se põe. O receptor tem um papel passivo e não interfere no processo de transmissão da comunicação mesmo que este seja insatisfatório. Por outro lado, num processo industrial controlado automàticamente tanto o *emissor* como o *receptor* desempenham um papel activo no processo da comunicação, que se traduz em acções em *ciclo de retorno (feedback)* entre o canal de comunicação e o emissor e também entre o recipiente da comunicação (isto é, o departamento de controle técnico), o transmissor e o receptor (isto é, o processo de fabricação).

Há três teorias, à primeira vista muito distintas, para o estudo dos *sinais* acompanhados de *interferências — sinais estocásticos* —: a *teoria da informação*, de Shannon, a *teoria de autocorrelação* e *filtração* de Wiener e a *teoria do teste de hipóteses*. Estudos recentes evidenciam a sua interligação. A teoria de Wiener tem obtido um grande êxito nas comunicações mas tem dois defeitos essenciais: não conduz a uma optimização da filtração de acordo com os recursos actuais do Cálculo Numérico e parte de um conhecimento apriorístico, estatístico, do sinal e do ruído. Por isso, a *teoria dos jogos*, de von Neuman e Morgenstern e a *teoria das decisões estatísticas*, de Wald têm sido objecto de aplicação na «filtração» dos sinais. Na teoria dos jogos há dois adversários, um dos quais corresponde às condi-

ções exteriores a que o sistema com controle automático deve reagir; o outro adversário é o próprio sistema. Na teoria das decisões admite-se que o emissor pode gerar n sinais diferentes, um dos quais entra no sistema, acompanhado de ruído. O problema é isolar um dos sinais do complexo sinal--ruído, o que é conseguido, teòricamente, através duma *função de decisão*.

A teoria dos jogos está intímamente associada à *programação linear* que numèricamente se produz na optimização dum sistema de inequações com variáveis não negativas, para o que os calculadores numéricos digitais têm um programa apropriado.

8. A *experiência numérica* é um novo tipo de experimentação que interessa à optimização em Tecnologia, particularmente naqueles domínios em que a estrutura quantitativa dos processos industriais se encontra bem estabelecida mas em que há necessidade de contar com a maior ou menor incerteza de certos coeficientes empíricos. A rapidez dos calculadores digitais veio permitir que em muitos casos a experiência em instalação piloto pudesse ser substituída ou, pelo menos, tornada mais eficiente com uma optimização prévia de condições. É disto exemplo flagrante o projecto de uma coluna de destilação.

Os métodos do Cálculo Numérico são, presentemente, quase o único meio de estudo dos regimes de plasticidade em meios contínuos, por exemplo, em placas. Só em casos muito excepcionais elaborou a Análise Matemática modelos quantitativos adequados. Em estruturas discretas têm sido utilizados com êxito os métodos da programação linear e da programação quadrática.

Os métodos do cálculo numérico têm tido um interesse particular no estudo do movimento dos satélites artificiais, cujo curto período de revolução (o Vanguard I, lançado em Março de 1958 já deu mais voltas à Terra do que esta deu à volta do sol desde o início das civilizações!) inibe pràticamente que se consiga estudar o seu movimento por integração das equações da Mecânica Celeste. O problema tem sido resolvido considerando a órbita do satélite como uma elipse instantânea, cujos elementos variam contìnuamente, de acordo com uma «função de perturbação», que é estudada numèricamente. Já o mesmo tinha sucedido com a teoria do movimento da Lua, cujo movimento Newton, Euler, Laplace, Delaunay, Brown e muitos outros matemáticos e astrónomos não conseguiram explicar com toda a sua análise matemática. A teoria de Delaunay, por exemplo, incluia desenvolvimentos analíticos com centenas de termos periódicos. Por isso o estudo do movimento da Lua é hoje feito por métodos puramente numéricos que dão soluções exactas para um período de tempo limitado, embora não dêem conta da natureza dos factores intervenientes no movimento do planeta.

Um dos tipos de experiência numérica mais interessantes e que tem encontrado muitas aplicações é o da *simulação estatística*, conhecida por *método de Monte Carlo*, em que se faz uma experiência numérica, «observando» se pontos dum espaço uni- ou multidimensional pertencem ou não a um domínio física ou matemàticamente bem definido. Assim se têm resolvido complexos problemas de Investigação Operacional, de integração definida, de integração de equações às derivadas parciais e problemas de Química como o da determinação das funções de distribuição estatísticas de um conjunto de moléculas, por uma generalização da equação de Boltzmann. Um dos domínios de maior aplicação da experiência numérica pelos métodos de Monte Carlo é o da solução das *equações de transporte* nos *reactores nucleares*, para cujos problemas numéricos foram justamente criados tais métodos.

9. A organização dum programa actualizado de Cálculo Numérico, Mecânico e Gráfico para quem começa e em meio ano lectivo é um autêntico problema de escolha. O mais simples é subordinar o programa à Matemática, com todo um cortejo de teoremas e demonstrações. Mas, com isto, perder-se-á o essencial do Cálculo Numérico como tecnologia do quantitativo «You, mathematicians, know how to solve this problem but you can't actually do it» (1). Tendo presente a evolução da problemática do quantitativo, pareceu conveniente a elaboração do seguinte programa:

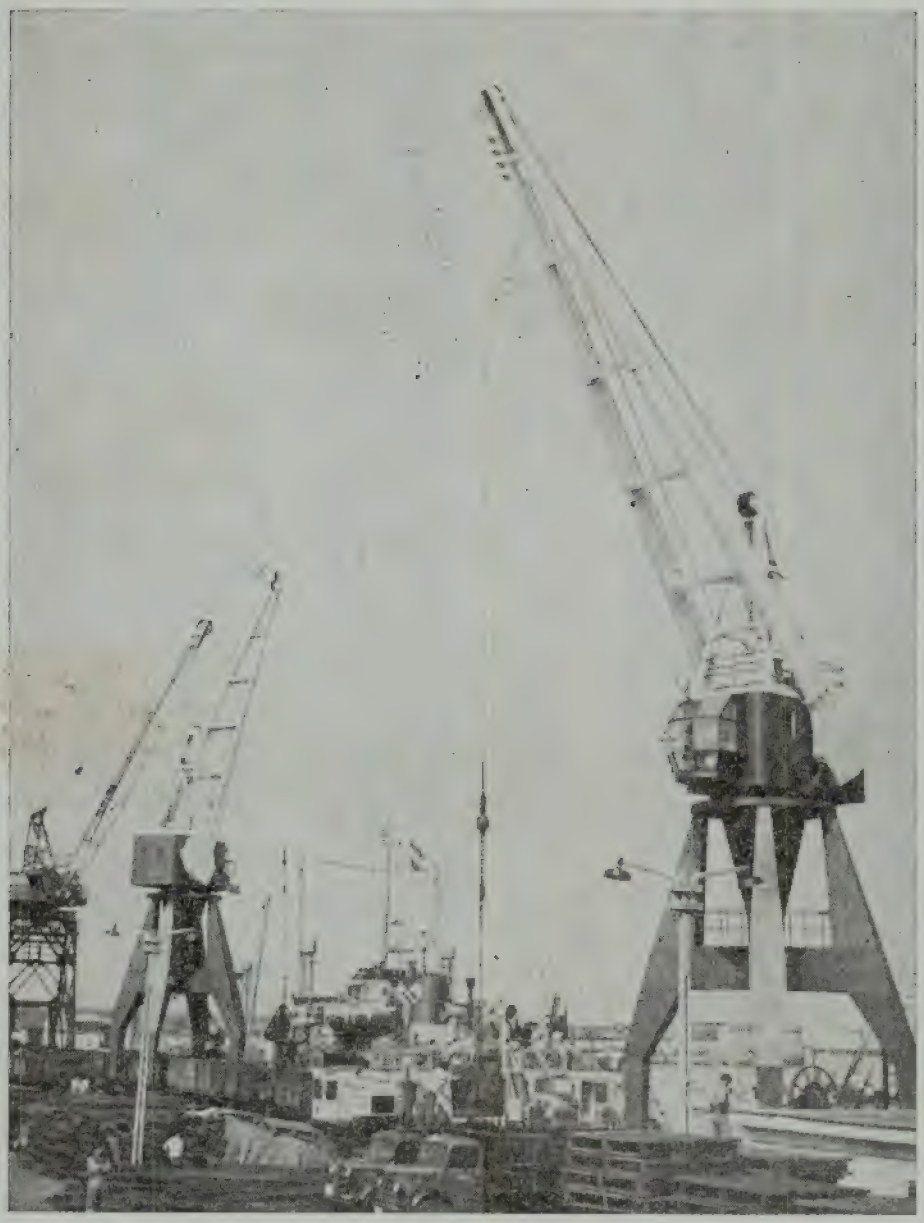
---

(1) E. Milne, Numerical Calculus, 1949, pág. V.

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA
(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)

Alverca — Portugal



Guindastes eléctricos de 5 t/16 m em funcionamento no Porto de Leixões

PROJECTO E FABRICO DE

PONTES ROLANTES
GUINDASTES
GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

COMPORTAS
TURBINAS
CONDUTAS FORÇADAS
BLINDAGENS

DIVISÃO METALO-MECÂNICA

COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AVENIDA 24 DE JULHO, 170 — LISBOA

comporta da barragem do Maranhão construída pela companhia união fabril

I — Elementos de Cálculo Mecânico (a fim de se conhecerem as potencialidades e programação dos calculadores);
II — Diferenças Finitas. Interpolação;
III — Equações às Diferenças e Equações Diferenciais;
IV — Métodos de solução dos sistemas de equações lineares;
V — Cálculo numérico de séries e integrais;
VI — Complementos;
VII — Solução numérica de problemas de Engenharia (sistema com n graus de liberdade e ligação elásticas, resposta dum sistema não linear, distribuição de temperatura em placas condutoras, etc.);
VIII — Elementos de Cálculo Gráfico.

Procurou assim dar-se concretização à concepção do Cálculo Numérico como ciência autónoma tendo como objecto próprio o estudo dos *sistemas discretos* e como *método* fundamental o *método das diferenças finitas*. No estudo preliminar de Cálculo Mecânico encontra-se matéria de particular interesse pedagógico como os conceitos de circuito com retorno, programação e automação. E a muito mais poderá conduzir o estudo da organização lógica dos calculadores. O Cálculo Gráfico fica limitado a um estudo de Nomografia pois mais o não permite o tempo nem a unidade em curso.

10. O mundo do Cálculo Numérico é todo o mundo da quantificação da matéria e da energia. Esta quantificação é essencialmente dependente do conhecimento da estrutura física do mundo material. Sem este conhecimento ou subordinação poderá cair-se no caminho perigoso da conjectura numérica, como faz por exemplo o sr. M. S. Klamkin (2) que, admitindo que um bife é homogéneo, isótropo e homotético chega — sem experimentação quantitativa — a uma lei quantitativa para o tempo de trabalho culinário e, não contente com a sua lei, generaliza-se para um bife a n dimensões! (que ele nunca deve ter comido); ou então como faz o sr. P. G. Hodge que, afirmando ninguém se entender sobre o estado plástico, resolve considerar este como um capítulo matemático (v. número 2).

Como Anteu que recebia novas forças ao tocar na terra, poderá a Matemática encontrar novas directrizes ao debruçar-se sobre os problemas numéricos actuais. O ensino do cálculo numérico deve ter em conta, porém, que o quantitativo se subordina ao sentido do qualitativo que é o da fenomenologia física. E não pode esquecer que a metodologia tem as suas limitações próprias e exigências específicas, como aproximação e como introdução.

---

(2) SIAM Review, Abril, 1961, pág. 167.

6.º Congresso Internacional de Preparação de Minérios

Cannes, 26 de Maio a 2 de Junho de 1963

Realizar-se-á em Cannes (Alpes Marítimos, França) de 26 de Maio a 2 de Junho de 1963, o 6.º Congresso Internacional de Preparação de Minérios, que será acompanhado de visitas técnicas em França e noutros países mediterrânicos.

O tema geral do Congresso será a *Preparação de Minérios sob todos os seus aspectos*, sendo dado especial projecção a

— Concentração dos minérios de ferro, compreendendo instalação magnetisante, mas excluindo aglomeração e redução directa;
— Medições, controle, regulação, automatização;
— Hidrometalurgia.

Podem ser apresentadas, como é óbvio, memórias sobre outros assuntos não mencionados nos três temas principais.

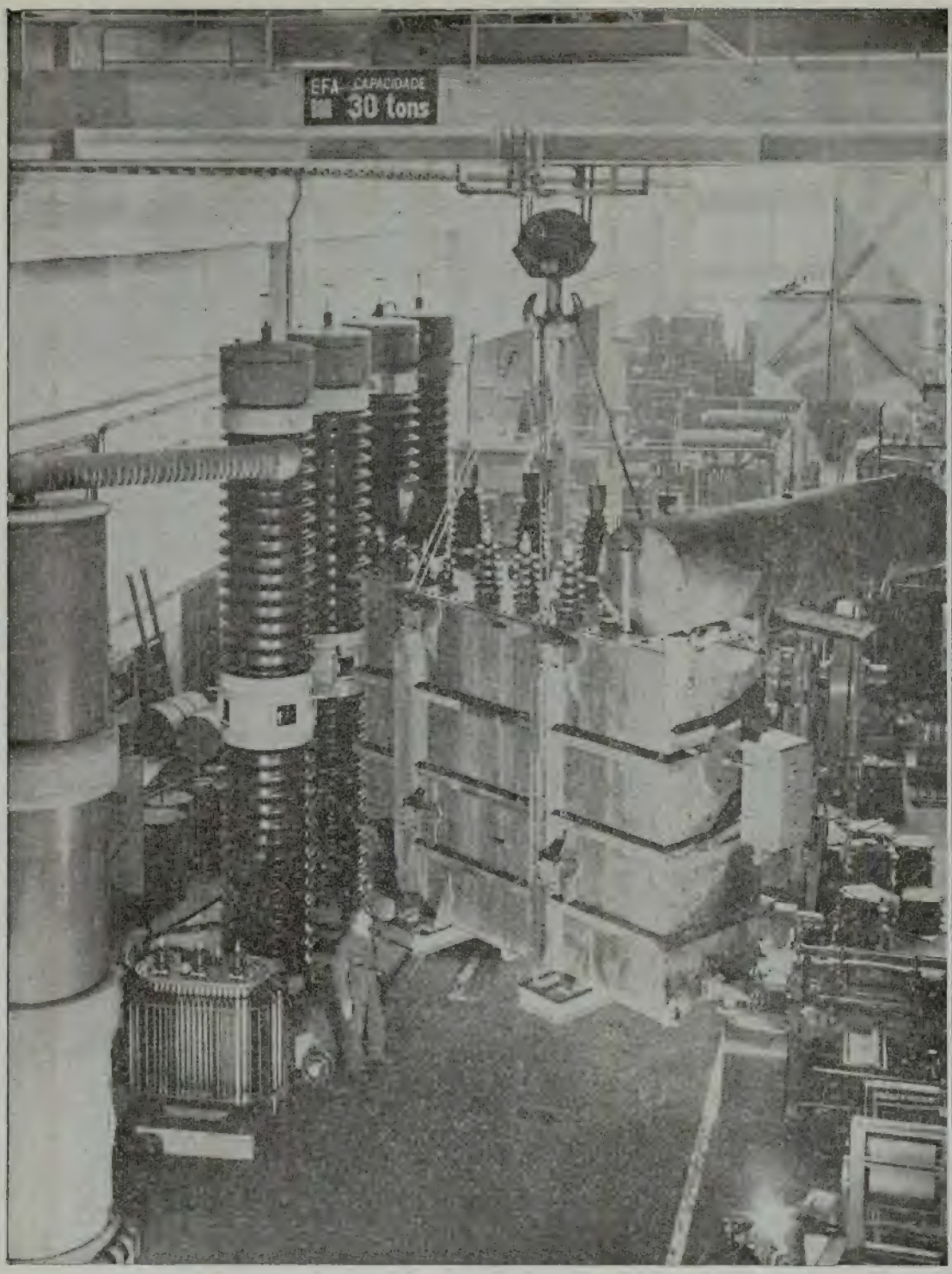
Quando da escolha definitiva das comunicações, a comissão científica apoiar-se-á, antes de tudo, sobre o critério de valor científico e técnico. Mas, em caso de qualidade e interesse iguais, serão aceites de preferências, se for necessária uma escolha, as memórias tratando de um assunto referente aos temas principais.

A comissão científica decidiu dar o maior valor a toda as considerações de ordem económica, que poderão ilustrar as comunicações, como sejam: custo de instalação, custo do tratamento, comparação económica de diferentes processos concorrentes.

Aos Investigadores e Engenheiros susceptíveis de apresentar qualquer comunicação a este Congresso, a comissão organizadora pede para estabelecerem, o mais cedo possível, contacto com o Secretariado do Congresso.

Toda a correspondência deve ser endereçada a

Sécrétariat Général du Congrès International de la Préparation des Minérais
28, rue Arthur – Rozier
Paris 19e, France



EFACEC

Vista do interior de uma das Fábricas "EFACEC"
(Arroteia — S. Mamede de Infesta)

Distinguem-se nesta fotografia :

— Um transformador de 15 000 kVA/60 000 V (marca EFACEC) com regulação em carga, em curso de fabrico.

— Um disjuntor de 220 000 V (marca SOPREL), aguardando ensaio de rigidez.

— Nota-se também um transformador de ensaios de 600 000 V

EFACEC

DESPOEIRAGEM

FILTROS TECIDOS EM PEÇAS, PANOS, SACOS, MANGAS

DE QUALQUER FIBRA NATURAL OU SINTÉTICA

FANAFEL

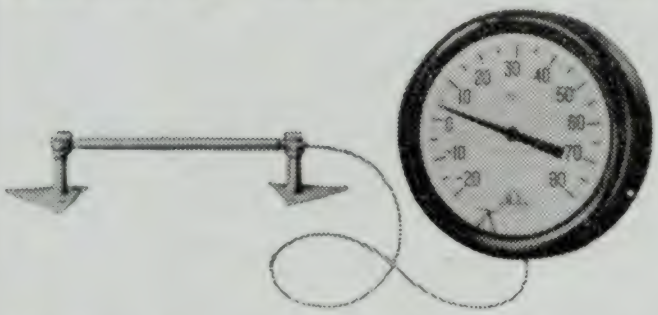
FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 93
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Leituras claras e rigorosas



Termómetros de mostrador para todos os fins industriais com a garantia NEGRETTI & ZAMBRA quanto a precisão e robustez.
À esquerda, um dos novos tipos "Standard" e, à direita, um dos modelos próprios para motores Diesel — apenas dois exemplos de uma larga gama abrangendo centenas de modelos.
Grande variedade de modelos para entrega imediata na fábrica.

NEGRETTI & ZAMBRA

Peça catálogo em Português aos *Representantes exclusivos em Portugal e Provincias Ultramarinas:*
MARTIN LESLIE & CIA. LDA.
Campo das Cebolas, 43 3.º D.-LISBOA-2
Tel. 32824 e 35234

Sede: NEGRETTI & ZAMBRA LTD.
Regent Street, London W.1

C. D. U. 621.181

TURBINAS A GÁS

PELO ENG.º JOÃO CARLOS ADRIÃO DE SEQUEIRA
Prof. do I. S. T.

4.ª lição proferida em Luanda e Lourenço Marques integrada no 1.º Curso de Férias da Universidade do Ultramar

Princípio de funcionamento

Um compressor C aspira o ar exterior comprime este ar a 3 ou 5 atmosferas e envia o ar assim comprimido a uma câmara de Combustão *B*, ali é injectado óleo sob pressão que se queima com uma quantidade de ar em excesso determinado por forma a que a temperatura não exceda 600° centigrados nas instalações industriais, 800° a 850° nos motores a jacto militares (Fig. 1).

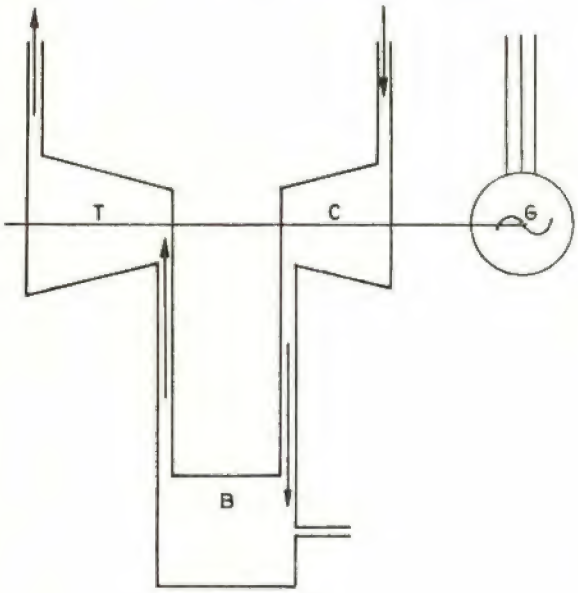


Fig. 1

Os produtos da combustão a uma pressão elevada e a uma alta temperatura entram numa turbina T montada no mesmo veio da compressão e do gerador eléctrico e fornecem na sua expansão um trabalho 30 % a 50 % superior ao gasto na compressão e acabam por sair de novo para a atmosfera. É este excesso de potência que se vai encontrar na energia fornecida pelo gerador eléctrico montado no mesmo veio do compressor e das turbinas.

Os gases dos escapes sairiam neste caso da turbina a 300° ou 400° sendo portanto susceptíveis de aproveitamento principalmente por serem produtos da combustão efectuada com 60 % de excesso de ar e portanto ricos em oxigénio.

O que se passaria neste conjunto seria representada no diagrama Pv e no diagrama entrópico pelos seguintes diagramas em que se admite que as compressões e expansões são adiabáticas.

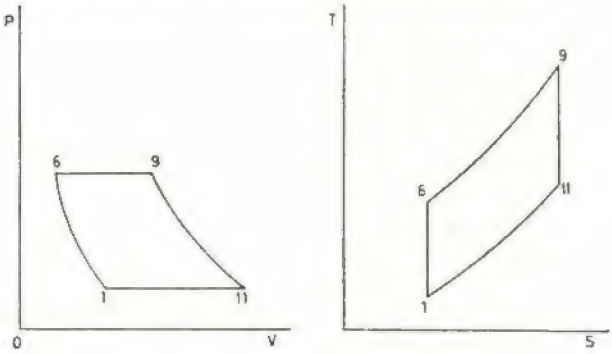


Fig. 2

Temos assim de 1 a 6 compressão adiabática, de 6 a 9 combustão a pressão constante, de 9 a 11 expansão adiabática na turbina e 11 a 1 escape para a atmosfera.

Se em lugar da compressão ser adiabática ela fosse isotérmica a linha da compressão seria muito menos inclinada e o trabalho absorvido na compressão seria muito menor ficando portanto maior trabalho útil disponível como se pode ver no diagrama junto.

Como a compressão isotérmica é impossível de se realizar adopta-se uma solução intermédia que é comprimir o ar em vários andares e arrefece-lo nas passagens duns a outros andares da compressão.

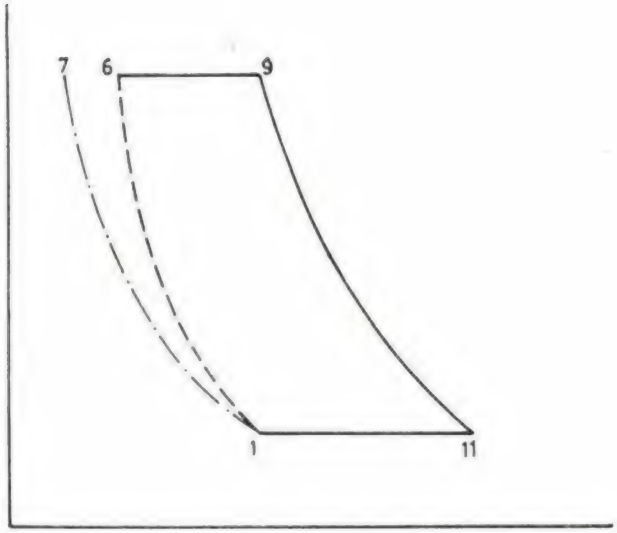


Fig. 3

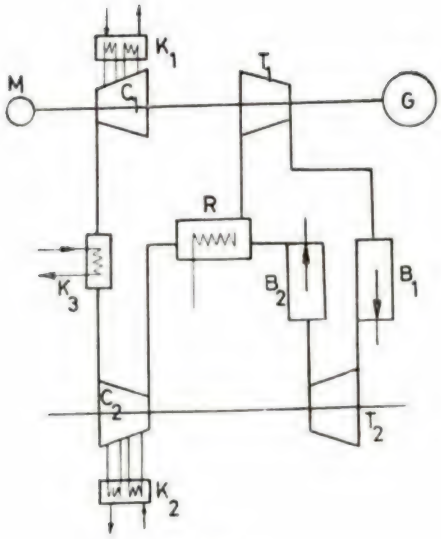


Fig. 4

C_1 — Compressão da baixa pressão
C_2 — Compressão da alta pressão
K_1 K_2 K_3 — refrigerantes
R — Permutador recuperador
T_1 — Turbina de baixa pressão
T_2 — » de alta pressão
B_1 B_2 — Câmara de Combustão
G — Gerador
M — Motor de arranque

Por outro lado convém aproveitar o calor dos gases à sua saída da turbina e portanto usa-se um permutador do calor para aquecimento do ar necessário a combustão depois do último andar da compressão.

O esquema das instalações passa a ser o das figuras juntas a que correspondem os diagramas entropicos e PV que se se seguem.

Nas figuras temos a seguinte:

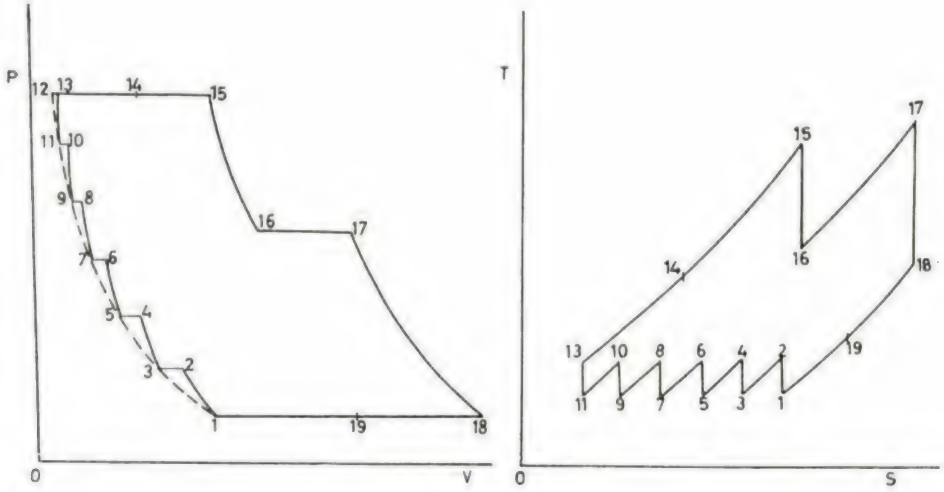


Fig. 5

(1-2) (3-4) Compressões dadas no compressor C_1
(2-3) (4-5) Arrefecimentos no arrefecedor K_1
(5-6) Compressão no compressor C_1
(6-7) Arrefecimento no arrefecedor K_3
(7-8) (9-10) (11-13) Compressão no compressor C_2
(8-9) (10-11) Arrefecimentos no arrefecedor K_2
(18-19) (13-14) Trocas de calor no Permutador R
(14-15) Elevação de temperatura no queimador B_2
(15-16) Expansão na Turbina T_2
(16-17) Elevação de temperatura no queimador B_1
(17-18) Expansão na Turbina T_1
(19-1) Escape para a atmosfera

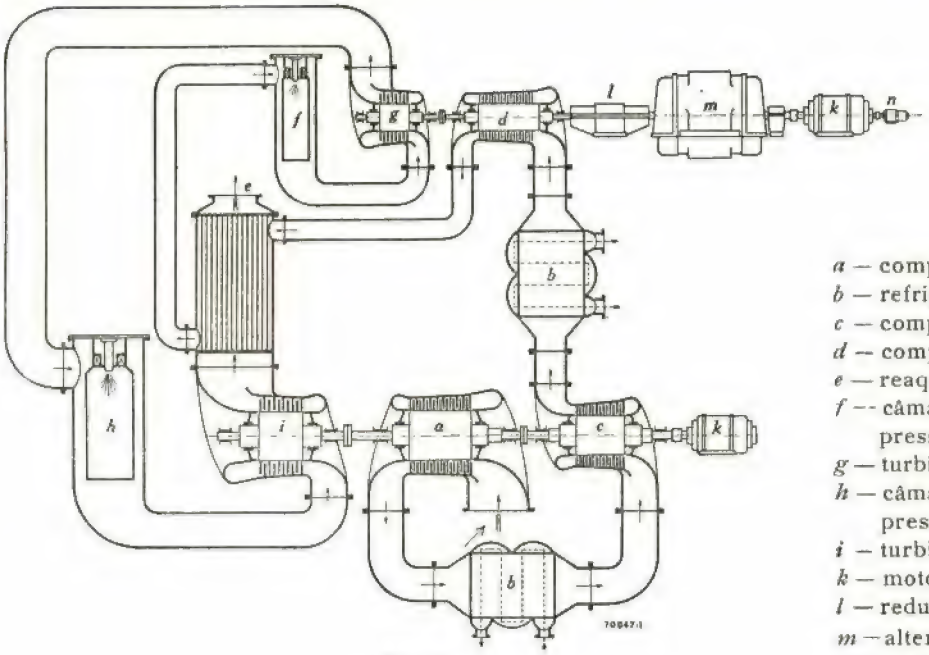


Fig. 6

O emprego do permutador de calor R origina um aquecimento do ar necessário à combustão a 300 e 350° sendo portanto só necessário empregar o combustível para levantar a temperatura a 600°.

Os gases de escape vão baixar a sua temperatura e sair para a atmosfera a 150° e 200° a que se traduz numa franca melhoria de rendimento.

É segundo um ciclo semelhante que trabalha a Central Suissa de Turbina a Gaz de Beznau que se vai passar a descrever. Como se vê na figura 6, temos 3 andares de compressão *a c d* intercaladas com 2 refrigerações intermédias (b) (b).

O ar vai passar em seguida num premutador de calor e onde é aquecido com o calor dos gases do escape que saem atravez dele.

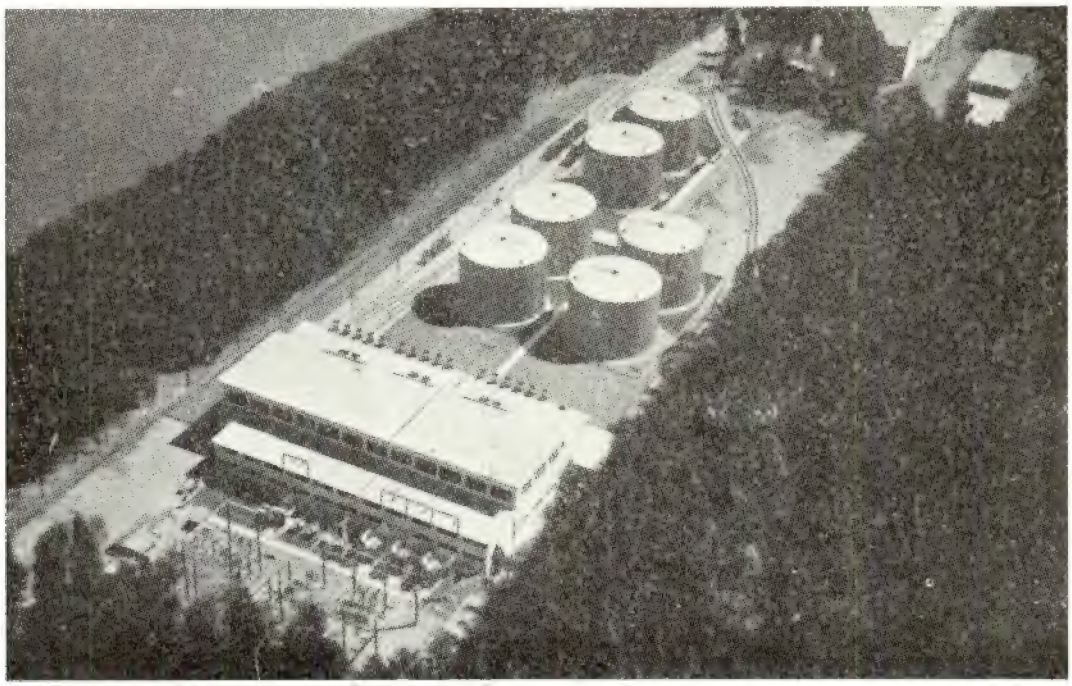


Fig. 7

O ar vem em seguida entrar na câmara de combustão da alta pressão f e em seguida entra na turbina da alta g que está montada no mesmo veio de compressor (d) do alternador trifásico (m) do motor de arranque (k) e da excitatriz (n).

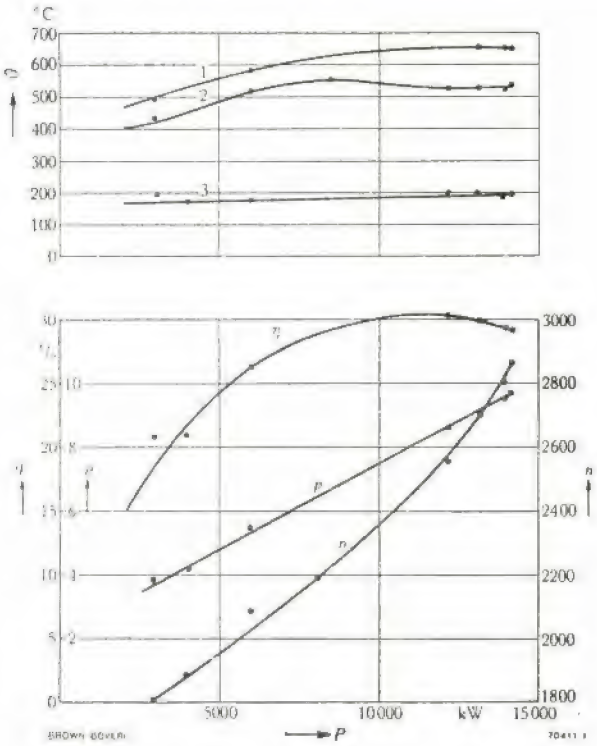


Fig. 7 a

Os gases depois de trabalharem nestas turbinas vão passar na câmara de combustão de baixa pressão h de ali vão trabalhar na turbina de baixa *i* que tem montada no mesmo veio os 2 compressores (a) e (c) e um outro motor de arranque k.

Como se vê do gráfico junto (fig. 7 A) a recuperação do calor permite atingir o rendimento de 30 % saindo os gases quentes a 180°.

Chama-se a atenção para o númaro de rotações do grupo que chega a ser de perto de 3000 rotações por minuto.

É igualmente para chamar desde já a atenção para a enorme bateria de refrigeradores que se foi obrigado a montar.

A casa Brown Boveri constrói turbo-compressores denominados isotérmicos em que o ar sai a uma temperatura 35° a 40° superior à das águas de refrigeração.

Nestes compressores não há refrigeração depois do 1.° andar por ser ainda a temperatura do ar muito baixa e não há refrigeração depois do úlmito andar por prejudicial. Esta refrigera-

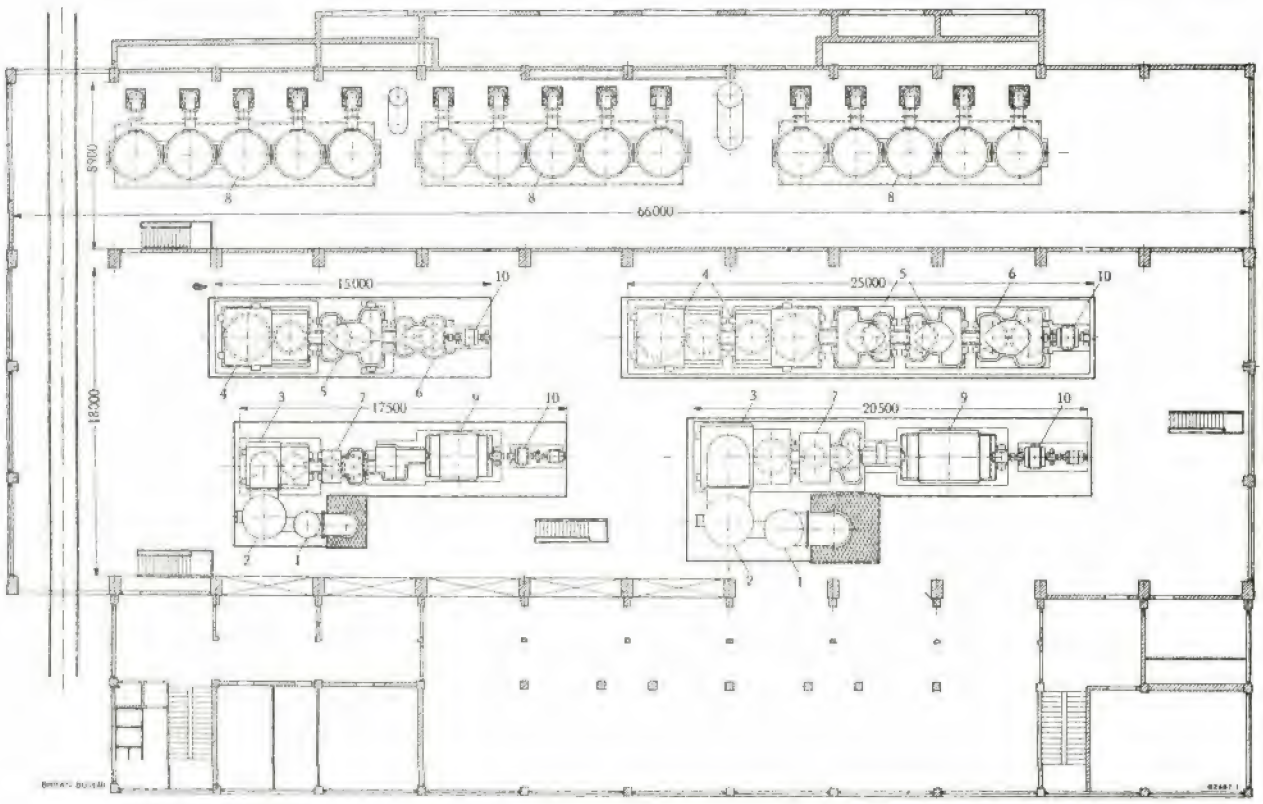


Fig. 7 b

ção que de início era feita no interior do próprio compressor por circulação da água é agora sempre feita em refrigeradores colocados na vizinhança dos compressores para que o ganho que se fez na compressão não seja anulado pelas perdas nas condutas.

dor 1 e se traçamos as curvas de rendimento do ciclo gás com compressão adiabática e com compressão isotérmica para temperaturas de gás de escape entre 550 a 700° C mostra a figura 8 em função de graus de compressão quais os rendimentos que é possível atingir nos dois

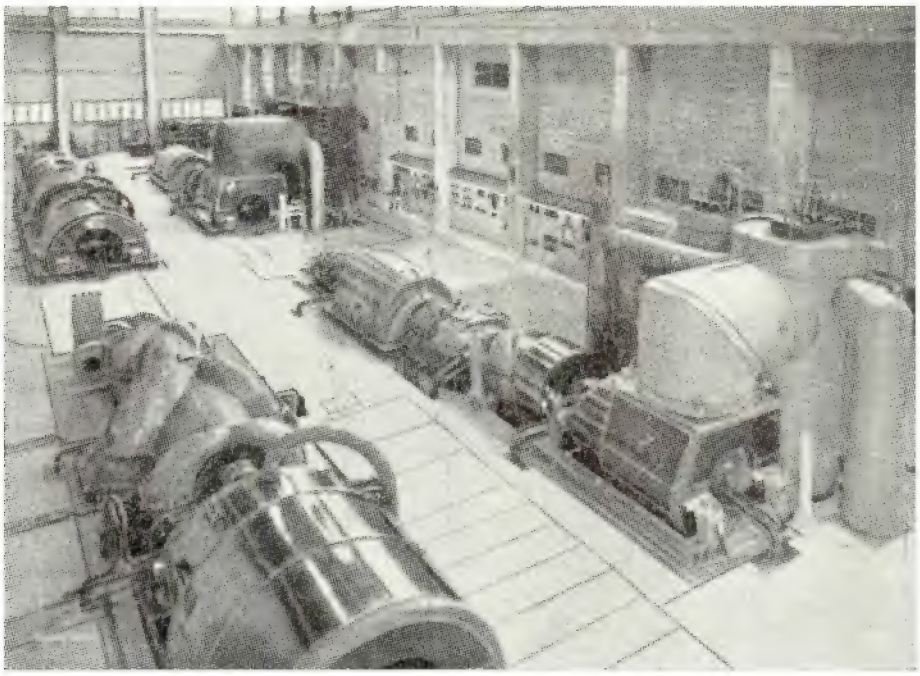


Fig. 7 c

Em geral para pressão elevada usam-se

9 andares de compressão com 7 andares de refrigeração

6 ou 7 andares de compressão com 4 a 5 andares de refrigeração.

Se arbitrarmos como rendimento mecânico da compressão 0,8 da Turbina 0,85 e do alterna-

Fig. 8

casos — e em que se vê que o rendimento pelo simples facto de se passar de compressão adiabática para a isotérmica passa de 15 a 20 %. (Fig. 9)

Como acabamos de constatar o ciclo da turbina a gás na sua forma mais simples não convém a produção económica da força motriz e só poder ser utilizada em casos especiais em que a economia não seja base absolutamente imprescindível.

Se porém examinarmos a temperatura a que os gases abandonam a turbina que são os da figura 9 vemos que se pode pensar claramente em melhorar o rendimento da turbina aproveitando este calor no aquecimento do ar e reduzindo portanto o consumo de combustível. Este aquecimento tem de ser obtido em permutadores do calor e é óbvio que deve ser operado após as compressões e antes da câmara de Combustão com o esquema junto indica.

Os gráficos juntos dão os melhorias dos rendimentos obtidos para uma saída dos gases das câmaras de combustão a 700° e para diferença Δt

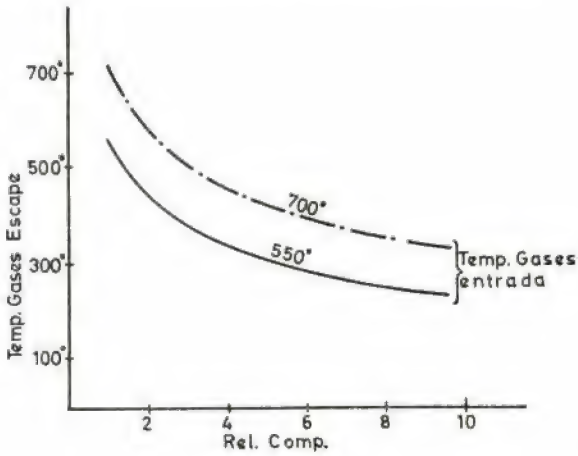


Fig. 9

da temperatura entre os gases à saída e o ar admitido entre 200° e 0°, gráficos que vêm mostrar a vantagem enorme da recuperação do calor nos gases de escape.

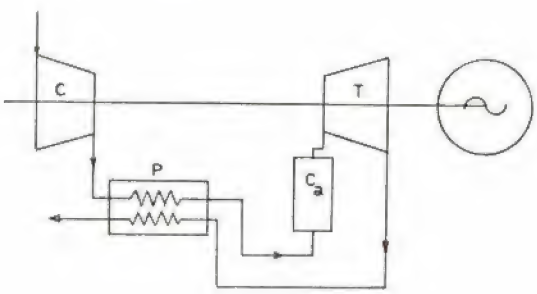


Fig. 10

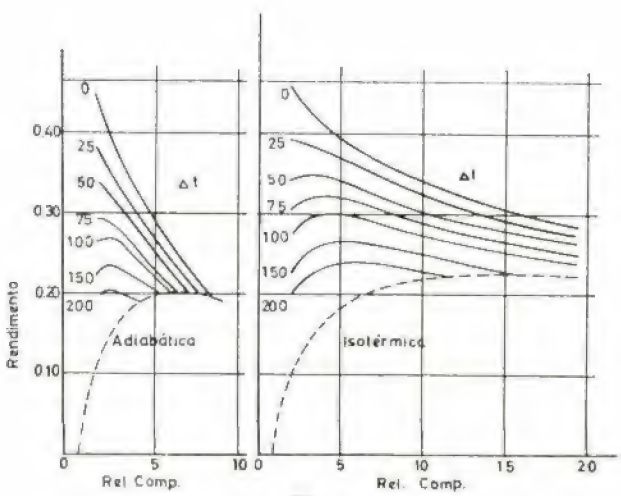


Fig. 11

Tipos de compressores

Nas turbinas a gás usam-se 2 tipos de compressores; os compressores centrífugos munidos dos difusores com um único andar ou em mais andares em que a relação da compressão por andar varia entre 1,5 e 2,2 e que são do tipo vulgar dos compressores centrífugos radiais como o da figura junta em que o ar saído de um dos andares é obrigado a dar uma volta de 180° para entrar no andar seguinte como os das figuras 12 e 13 e 14, e os compressores axiais hoje com

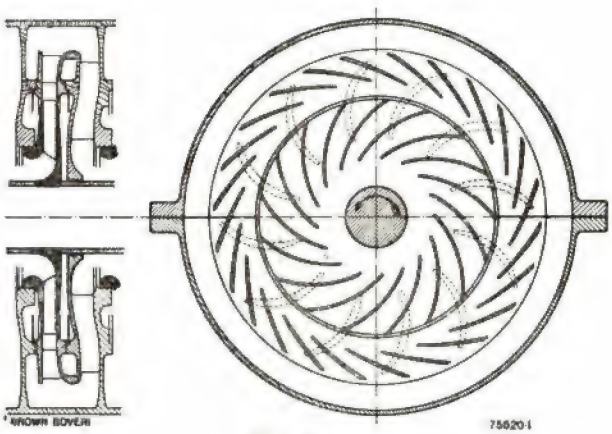


Fig. 12

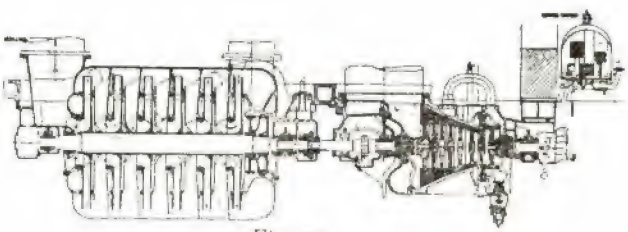


Fig. 13

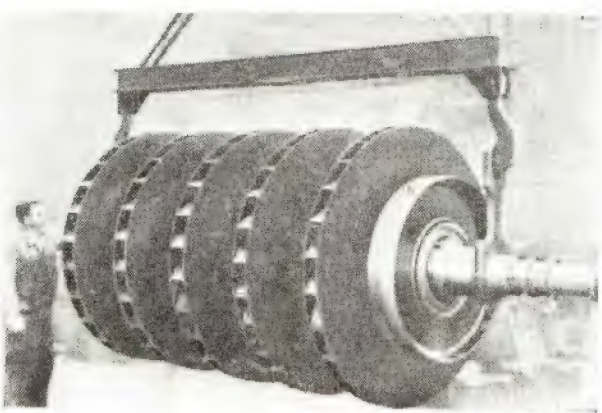


Fig. 14

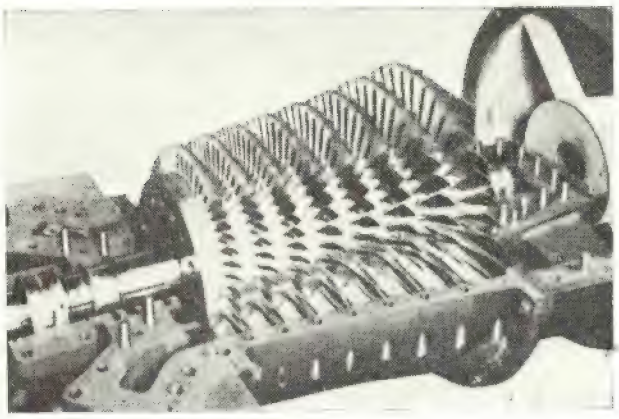


Fig. 15

Fig. 16

largo emprego industrial e que devem o seu desenvolvimento à sua aplicação nas turbinas a gás e que em princípio são uma turbina rodando em sentido contrario e transformando trabalho em pressão (Figs. 15 e 16).

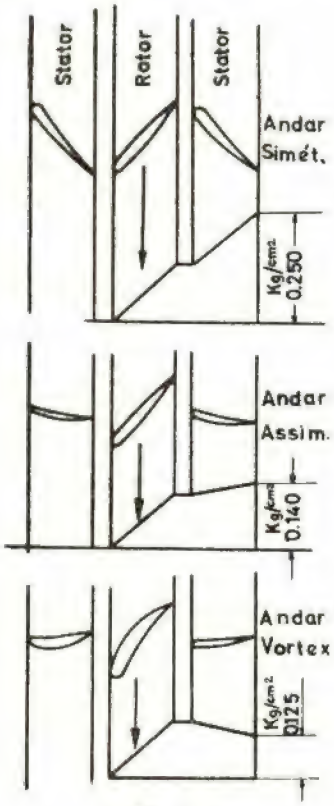


Fig 17

Os diagramas correspondentes a este tipo de compressores são em tudo identicos aos das turbinas a vapor construindo-se estes compressores em 3 tipos:

Compressores simétricos
Compressores não simétricos
Compressores Vortex

O gráfico junto (Fig. 18) dá o número de andares que são necessários para obter vários graus de compressão nos vários tipos de compressores.

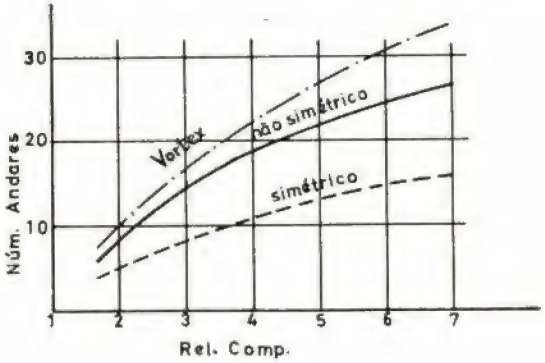


Fig. 18

O quadro (fig. 19) estabelece a comparação en-

		Simétrico	Não simètrica	Vortex
	Número de rotações . .	15.750	8750	5.000
	Número de andares . .	10	18	22
	Aumento de Pressão por andar	1.149	1,08	1,062
	Rendimento	82	87	86
1.º andar	Diâmetro Ext. . .	40 c/m	48	61
	Diâmetro Base . . .	25 c/m	28	38
	Largura da Pá . .	7,6 c/m	10 c/m	12 c/m
	Velocidade Perif. . .	335 m	220 m	162 m
	Velocidade Média. .	160 m	102 m	61 m
Último andar	Diâmetro Ext. . . .	40	48	61
	Diâmetro Ext. . . .	35	40	53
	Velocidade Perif. . .	335 m/s	220 m/s	162 m/s
	Largura da Pá . . .	2,5 c/m	3,7 c/m	4 c/m
	Velocidade Média. .	144 m/s	84 m/s	58 m/s

Fig. 19

tre os vários tipos de compressores para as mesmas condições que são:

Relação de compressão	4^k
Pressão de admissão	1,033
Temperatura de admissão	21°
Pressão final	4^k
Temperatura final	126,°67
Capacidade	679 m^3/minuto

Os diagramas dos vários tipos de compressores axiais são os indicados nos gráficos juntos (Fig. 17), em que o diagrama do andar simétrico está feito supondo 50 % de reacção. Fig. A, B, C.

Diagrama da velocidade dum andar simétrico

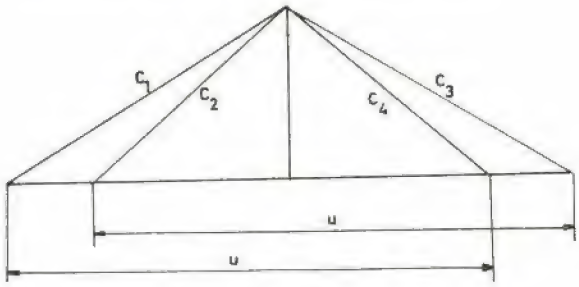


Fig. A

C_1 — Velocidade entrada na directriz
C_2 — Velocidade saída na directriz
C_3 — Velocidade de entrada da roda motora
C_4 — Velocidade de saída da roda motora

Diagrama num andar assimétrico

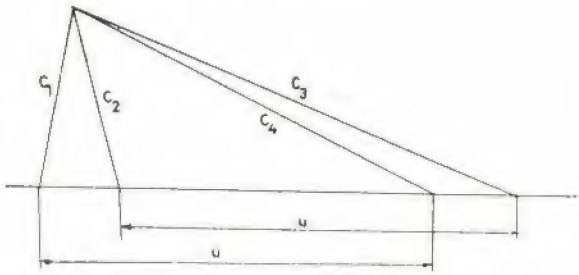


Fig. B

Diagrama dum andar vortex

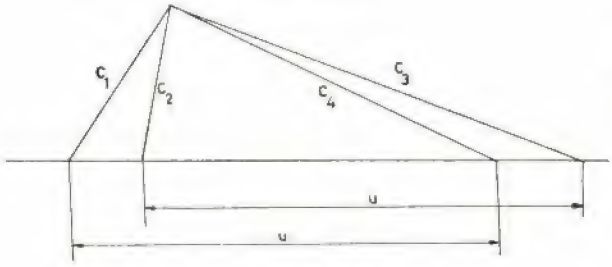


Fig. C

Ao passo que na compressão centrífuga o ar tem que ser várias vezes desviado de 180°, no axial o ar tem um deslocamento muito mais simples a partir dos 150.000 m^3 hora é de preferir sempre o compressor axial até esse valor, há que estudar caso por caso. O diagrama junto indica qual o débito mínimo a partir do qual se aconselha a compressão axial.

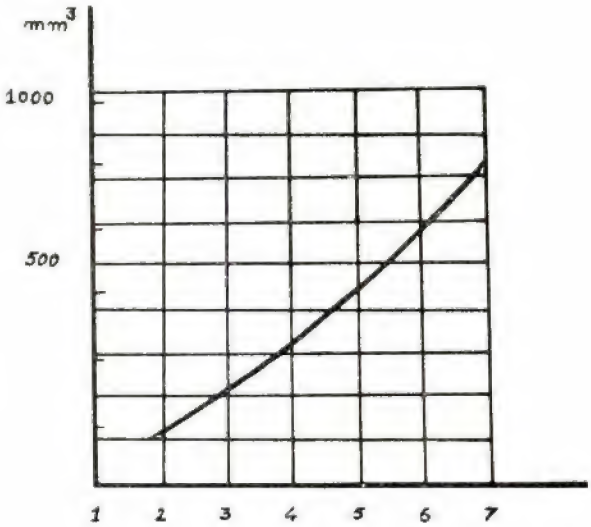


Fig. 20

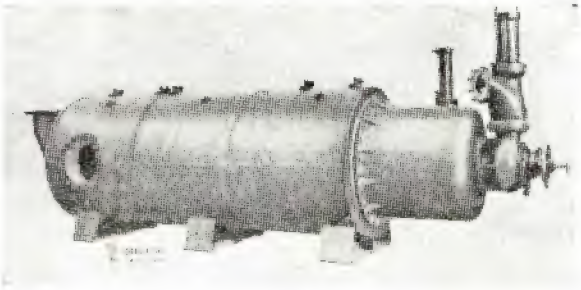


Fig. 21

Examinados assim os vários tipos de compressores vamos passar às — *Câmaras de combustão* —.

Umas vezes prevê-se uma câmara de combustão única como a da figura 21, em que o óleo combustível é pulverizado por um queimador com ar em excesso para que a temperatura não exceda 600° e em que a câmara de combustão é completamente isolada para evitar perdas para o meio. O conjunto da turbina a gás torna o aspecto das figuras juntas em que se vê (fig. 22 e fig. 23).

VIADUTO DE SACAVÉM

NA AUTA-ESTRADA DO NORTE

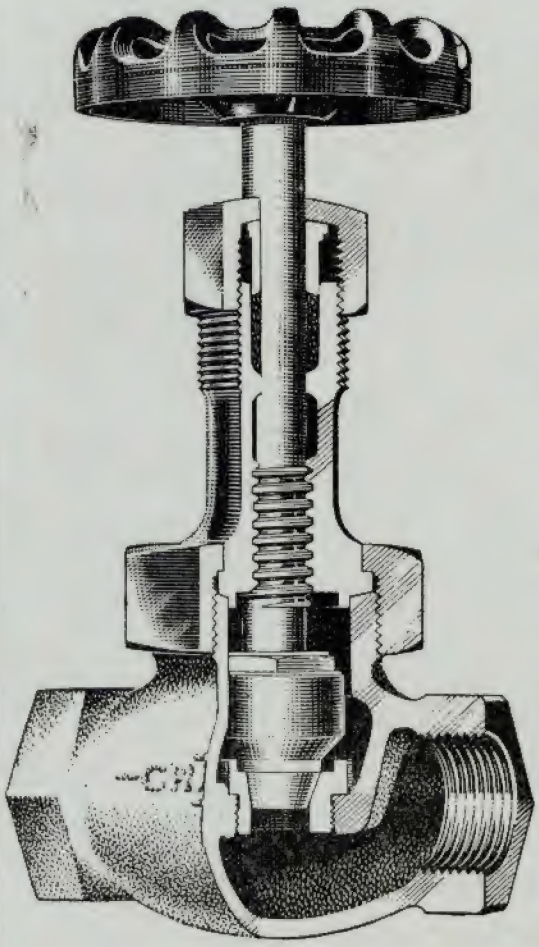
Aspecto durante a execução dos ensaios de carga efectuados pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil

SEDE: PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13-3.º — LISBOA

TELEFS. 36 65 06 (4 LINHAS)

Talvez gostasse de arquivar isto J.

BOLETIM DAS VÁLVULAS CRANE DE CORREDIÇA EM BRONZE



...apresentado a D46, com disco renovável em liga de Niquel e sede em aço inoxidável.

Desenhada para trabalhar em condições realmente rigorosas e feita de acordo com as normas Britânicas 2060. O disco tipo cavilha, em liga de niquel e a sede em aço inoxidável tornam a vedação extremamente apertada ao mesmo tempo que permitem um controle rigoroso do fluxo no estrangulamento. Estes dois metais diferentes proporcionam uma melhor resistência à corrosão e a matérias estranhas. Tanto o disco como a sede são renováveis. Pressões de trabalho (válvulas com as extremidades roscadas): até 250 libras (vapor 500.°F), 500 libras (água, óleo ou gás, frio, sem choque).
Extremidades Hexagonais roscadas de acordo com as normas Britânicas—ou Americanas. Com flanges de acordo com as normas Britânicas, tabelas 'F' ou 'H' — ou com as normas Americanas.
Dimensões: Roscadas 1/4'' a 3''—Com flanges 1/2" a 3"
Dimensões: 2½" a 3" têm o castelo roscado.

CRANE

VÁLVULAS EM BRONZE, FERRO FUNDIDO E AÇO

CRANE, LTD., 15, 16 RED LION COURT, FLEET STREET, LONDON, E. C. 4 ENGLAND

Agentes: R. E. B. E. L.
Av. Joaquim António de Aguiar, 45 — LISBOA, 1

V.17

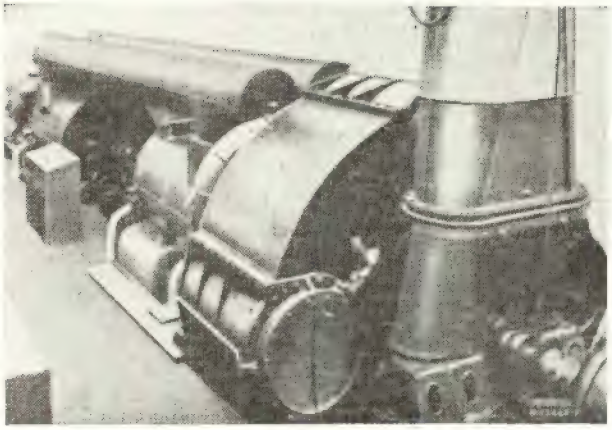


Fig. 22

O ar vindo do compressor de ar entra assim em todas estas câmaras de combustão dispostas em paralelo e segue depois para a turbina a gás.

É este o tipo das câmaras de combustão empregados em todos os motores de aviação por ser mais difícil haver panes em todas as câmaras de combustão (Fig. 26).

Turbina a gás — A queda entálpica que se obtém numa turbina a gás é sempre muito pequena. Por exemplo uma turbina alimentada com ar a $4,^{k}12$ aquecida a 600° tem à entrada no 1.° andar da alta uma entalpia de 213,3 k.cal por kilos de ar e à pressão do escape $1,^{k}03$ e a 313° ainda

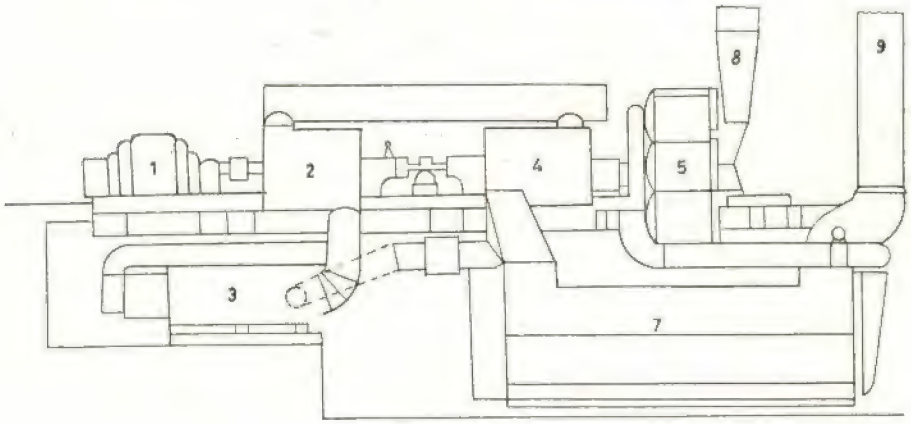


Fig. 23

1 — Gerador eléctrico
2 — Turbina alta pressão
3 — Câmara de combustão
4 — Turbina baixa pressão
5 — Compressor de ar
6 — Motor de arranque
7 — Permutador de calor
8 — Conducta de aspiração
9 — Conducta de escape.

Outras vezes em lugar duma só câmara de combustão empregam-se muitas câmaras em paralelo, algumas vezes 12 ou mais conforme se vê na gravura junta (Fig. 24) tendo cada câmara de combustão com um diâmetro de 112 mm e em comprimento de 900 mm sendo o envólucro exterior em aço de carbone com um dispositivo em fole para a dilatação. A camisa interior dentro da qual se dá a combustão é em aço cromo níquel soldado numa das extremidades e livre na outra para dilatação.

O óleo é injectado no topo da câmara de combustão e o ar primário é ali igualmente injectado, o ar secundário entra por uma série de orifícios no tubo interior e é portanto aquecido ao passar no intervalo dentro do tubo (Fig. 25).

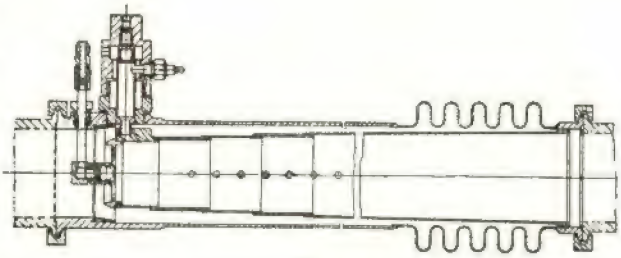


Fig. 24

tem 144 calorias o que quer dizer que a queda entálpica em toda a turbina que trabalhasse nestas circunstâncias seria

$$213,3 - 144 = 69,3 \text{ calorias}$$

Como em geral estas turbinas são divididas

Fig. 25

Fig. 26

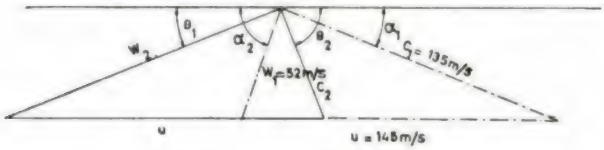


Fig. 27

Diagrama de um andar

em alta e baixa por causa das temperaturas reinantes e como o número de rodas motoras oscila entre *10* e *11* na totalidade vem uma queda entálpica por andar da ordem das 4,2 calorias kilo.

Quase todas as turbinas de gás são de reacção com coeficiente de reacção variável entre 0,45 e 0,65 crescentes para a saída dos gases.

Teremos assim para um andar utilizando uma queda de 4,2 calorias uma queda de

$$\Delta h' = 0{,}45 \times 4{,}2 = 1{,}89 \text{ na directriz}$$
$$\Delta h'' = 0{,}55 \times 4{,}2 = 2{,}31 \text{ na roda motor}$$

a velocidade de escoamento dos gases na 1.ª roda directora vem portanto a ser

$$C_a = 91{,}53 \sqrt{2{,}31} = 140 \text{ m}$$

a velocidade real da saída seria devido aos atritos na directora

$$C_1 = 0{,}97 \times 140 = 135 \text{ m.}$$

O ângulo de saída e adoptada tanto nas directrises como na roda motora é de 20°. O número de rotações de turbina é em geral de 3000 que com um diâmetro médio de 0,925 m dá uma velocidade

$$u = 145 \text{ m/segundo}$$

valor que me permite fezer o diagrama de entrada.

Na roda motora a gás vai aumentar a velocidades ao longo da pá devida a queda de 1,89 calorias

$$W_2 = 0{,}97 \times 91{,}53 \sqrt{1{,}89 + \frac{52^2}{426 \times 2 \times 9{,}8}}$$

$$W_2 = 0{,}97 \times 91{,}53 \sqrt{1{,}89 + 03} = 134 \text{ m}$$

Valores que nos mostram ser as pás muito direitas tanto da directriz como das rodas motorra, visto que a directriz varia os ângulos entre β_2 e α_1 e a roda motora entre β_1 e α_2.

Como o volume de gases é muito grande a altura das pás é grande as diferenças de velocidade v são grandes o que faz com que as pás sejam todas torsas como se vê na figura 28.

O número de andares é sempre pequeno nestas turbinas.

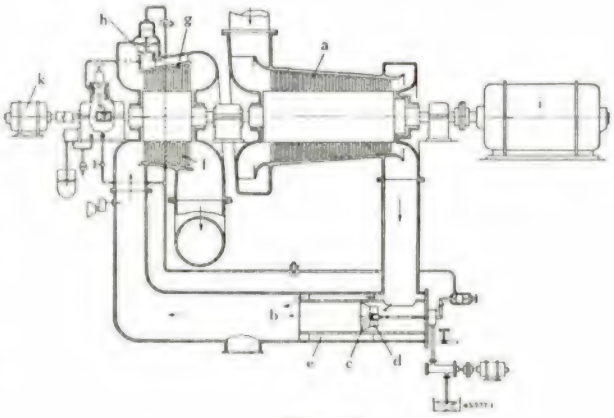


Fig. 28

a — Compressão axial
b — Câmara de combustão
c — Queimador
d — Entrada do ar ciclónico
e — Envólucro arrefecedor
f — Palhetas da turbina
g — Turbina a gás
h — Válvula de segurança
i — Alternador
k — Motor de arranque

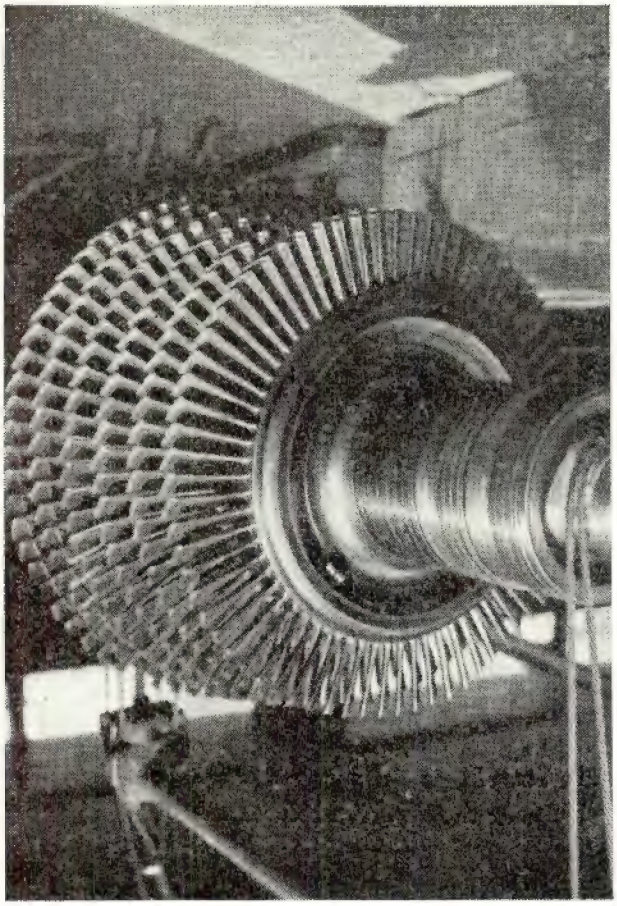


Fig. 28 a

Materiais para as pás das rodas motrizes

Apesar de propositadamente se ter feito a combustão com um grande excesso do ar para que a temperatura na admissão não excedesse 600° ou 800°, como o número de rotações é sempre elevada 3000 r. p. m. vão as pás das turbinas estar ao mesmo tempo submetida a altas temperaturas e a grandes esforços de tracção devida à força centrífuga tendo portanto de se ter em conta a fluage tanto mais de temer quanto maior for o número de rotações como no caso presente.

A resistência à fluagem deve ser tal que nunca haja o perigo do material das pás alcançar a fluagem terciária durante a vida das máquinas porque isso representaria a desagregação completa da roda motriz.

Em virtude deste facto os aços correntes empregados na confecção das pás das turbinas a vapor não servem. Além da resistência à fluagem o material das pás deve apresentar as seguintes características:

— Estabilidade da estructura a temperaturas elevadas.
— Boas resistências às vibrações e portanto a esforços alternados.
— Facilidades de fabrico.

Os materiais ou são aços ligas ou ligas metálicas em que o ferro entra em quantidades mínimas.

Para os aços usam-se aditivos que são:

Cobalto — 12 a 14 % que dá uma grande resistência à oxidação em escamas.

Diminui a corrosão a altas temperaturas.

Silício — 3 % aumenta a resistência a corrosão em escamas «scaling».

Os aços inoxidáveis cromo-níquel como os empregados pela Brown Boveri.

C — 0,2
Sí — 1,2
Nc — 8
Cr — 18
W — 1
Mg — 0,6
Fe — 71

são de empregar até 600° σ_t da ordem dos 750 a 800 kcm².

Os ingleses usam para esse efeito ligas forjáveis de

80 % — Níquel
20 % — Cromio.

Um outro material muito usado é o «Nimonic 80» que resiste bem a 750° de temperatura com a seguinte composição

C — 0,04
Mn — 0,56
Sí — 0,48
Fe — 0,44
Cr — 21,18
Tí — 2,44
Al — 0,63
Ní — 74,23

Este material tem uma grande resistência à fluagem quando tratada da seguinte maneira:

9 horas a 1080° C
arrefecimento ao ar reaquecimento
16 horas a 700° C.

Convém empregar este material por forma que o alongamento por fluagem não ultrapasse durante a vida das pás da turbina

0,1 %

Os ensaios com este material indicaram que este alongamento é obtido em conformidade com o gráfico da fig. 29.

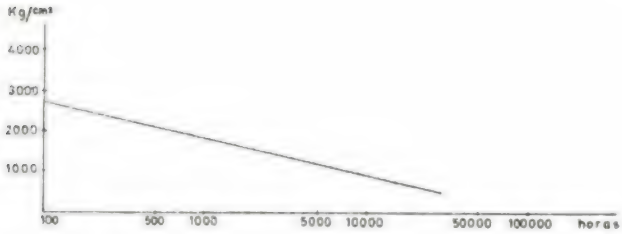


Fig. 29

Os dados sobre experiências prolongadas com materiais resistentes a altas temperaturas mostram que uma vida de 10000 horas é compatível com uma carga 945 kcm² para o «Nimanic 80» até 700°.

Em motores a jacto de avião pode-se ir para maiores temperaturas e cargas mais elevadas diminuindo as horas de vida atribuíveis às pás. Sobe-se assim com a fadiga a valores até 1800 kcm² nos motores a jacto diminuindo as horas possíveis de trabalho.

A maioria das pás das rodas motoras são obtidas das peças forjadas em bruto e depois acabadas cuidadosamente.

Um outro grupo de pás é feita em ligas metálicas duras que dificilmente se deixam trabalhar, recorre-se então à moldação em cera perdida que permite

- Limites de precisão de 0,05 mm
- Custo da produção reduzido
- Tendo como limitação os pesos do Metal que em geral não pode exceder 6,8 kg.

Motor a jacto

É uma turbina a gás em que a potência desenvolvida pela turbina é absoluamente igual à necessária ao compressor do ar.

Vão assim os gases quentes abandonar a turbina através da duse de saída com uma grande velocidade desenvolvendo uma potência

$$F\ V_f$$

Sendo F a força e V_f a velocidade de saída. Se

MATERIAIS PARA PALHETAS

	C	Mn	Sí	Ni	Co	Cr	Mo	W	Cb	Tí	Al	Forro
K – 42 B . . .	0,03	0,78	0,34	41,3	21,7	17,7	—	—	—	2,55	0,55	15,3
Refractaloy 26	0,04	0,8	0,93	37	20	18	3,2	—	—	2,52	0,24	17
» 70 .	0,11	1,97	0,25	20,1	30,1	20,2	8,3	3,8	—	—	—	15,2
Discoloy 26 . .	0,05	0,7	0,4	25,2	—	8,3	—	—	—	2,33	0,42	Restante
S 816	0,4	0,58	0,54	20,23	47,7	19,5	3,93	3,45	4,06	—	—	2,95
Niamonic 80 .	0,04	0,56	0,48	74,23	—	21,18	—	—	—	2,44	0,63	0,38
Incanel W . . .	0,03	0,53	0,52	74,82	—	14,4	—	—	—	2,77	0,63	6,17
Rolled Vitalium .	0,22	0,73	0,57	2,92	61,4	27,56	5,9	—	—	—	—	0,50
17 W	0,46	0,58	0,43	19,16	—	13,19	0,52	2,48	—	—	—	Restante
Tinken 16-25-6	0,08	1,34	0,31	23,15	—	17,95	6,79	—	—	—	—	51
Hasteloy B . .	0,05	0,59	0,19	65,10	—	—	28,63	—	—	—	—	47
Rex 78	0,08	—	—	18	—	14	4	—	—	0,6	—	Restante
Tinidur T . . .	0,15	0,6	0,7	30	—	15	—	—	—	1,7	—	(Ca 4.0)
N 156	0,33	1,48	0,57	33,23	23,69	15,66	3,02	2,10	1,03	—	—	Restante

Fig. 30

para se produzir este jacto se gastou uma energia P o rendimento da propulsão

$$\mu_f = \frac{F V_f}{P}$$

Se o jacto sair do aeroplano com uma velocidade v_j e se o aeroplano se deslocar com uma velocidade v e se através do jacto se escoarem W_a quilos será

$$F = \frac{W_a}{g} (v_j - v)$$

e a energia perdida no jacto será

$$P_l = \frac{W_a}{2g} (v_j - v)^2$$

e o rendimento

$$\mu j = \frac{F V}{P_l + F V}$$

por ser $P_l + F V$ a energia total. Substituindo valores vem

$$\mu_j = \frac{\frac{W_a}{g} (v_j - v) v}{\frac{W_a}{2g} (v_j - v)^2 + \frac{W_a}{g} (v_j - v) v}$$

ou

$$\mu_j = \frac{2 (v_j - v) v}{(v_j - v)^2 + 2 (v_j - v) v}$$

$$\mu_j = \frac{2 v}{v_j - v) + 2 v} = \frac{2 v}{v + v_j}$$

Da expressão

$$F = \frac{W_a}{g} (v_j - v)$$

tira-se

$$v_j - v = \frac{F_g}{W_a}$$

$$\frac{v_j}{v} - 1 = \frac{F_g}{W_a v}$$

$$\frac{v_j}{v} = 1 + \frac{F_g}{W_a v}$$

Expressões que permitem determinar a Força do jacto e rendimento da propulsão para várias velocidades.

Motores de propulsão por jacto

Os dados e gráficos que a seguir vamos projectar referem-se a motores Americanos e Ingleses de tipo não secreto. Há em todos os motores a jacto modernos duas tendências claras:

— Emprego de compressor axial em lugar de compressor centrífugo

— Aumentar a taxa de compressão.

— À custa da vida do motor aumentar a temperatura de combustão a 815° C na admissão das turbinas valor este que junta ao da taxa de compressão originam um decréscimo no consumo em *kilos combustível por hora e kilo de propulsão*, consumo ao nível do mar que tem tendência a descer a 0,7 k (Fig. 31).

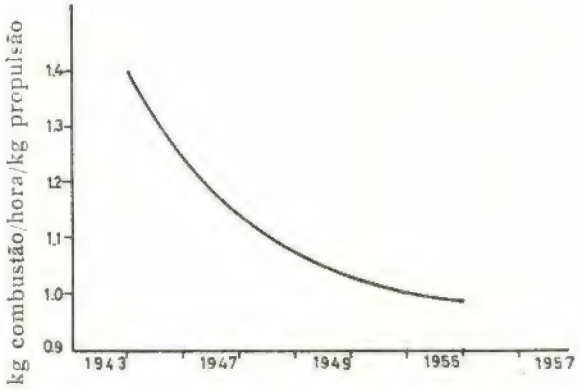


Fig. 31

O peso de motor por kilo de propulsão (Fig. 32) tem uma tendência a diminuir tendo passado 0,55 kilos para o,3 k do peso por kilo propulsão.

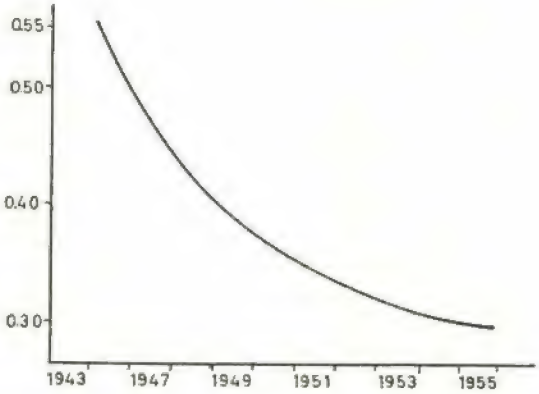


Fig. 32

Um outro gráfico interessante é o coeficiente de propulsão por unidade de superfície frontal; este gráfico mostra a tendência clara do aumento e este muito mais acentuado nos motores de compressão axial de que nos motores de compressão centrífuga passadas nas primeiras de 0,196 k a 0,296 k e nas segundas de 0,098 k a 0,196 k (Fig. 33).

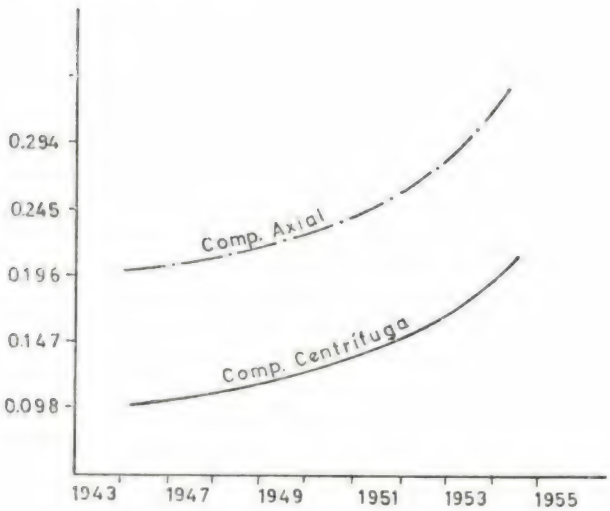


Fig. 33

Como já vimos a impulsão é igual à massa, multiplicada pela velocidade de escape. Para aumentar a força da propulsão é necessário ou aumentar a massa ou aumentar a velocidade de escapes.

Um dos processos usados é injecção de água para refrigerar os gases antes da entrada na turbina, a água permite queimar mais combustível sem exceder a temperatura tolerável aumentando a massa dos gases. Pode por esta maneira aumentar-se a força na propulsão em 20 %.

Um outro processo que se usa é a combustão adicional no tubo de escade após a turbina a que pode originar aumento da potência da ordem dos 40 % sendo muito usado este processo em aviões de caça.

As primeiras provas levados a efeito com motor de jacto mostraram que à proporção que a altitude aumentava com diminuição da temperatura e da densidade do ar, mais difícil se tornava manter uma boa combustão diminuindo o rendimento da câmara de combustão até extinguir-se as chamas a 9000 m de altitude.

Dum modo geral a estabilidade da chama melhora quando decresce a velocidade dos gases na câmara de combustão o que leva a aumentar o tamanho das câmaras de combustão e portanto o peso para motores a jacto destinados a grandes altitudes (Fig. 34).

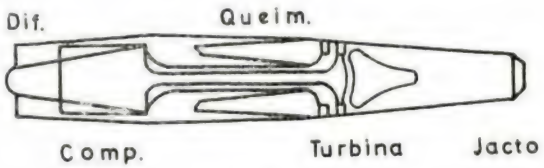


Fig. 34

A compressão é parcialmente obtida pela máxima velocidade do avião que dando origem a uma entrada de ar origina uma pressão inicial que aumenta com a velocidade do avião. O diagrama entrópico do motor a jacto é assim dado pelo seguinte:

A energia que se obtém devido a compressão inicial do ar é encontrada no jacto (Fig. 35).

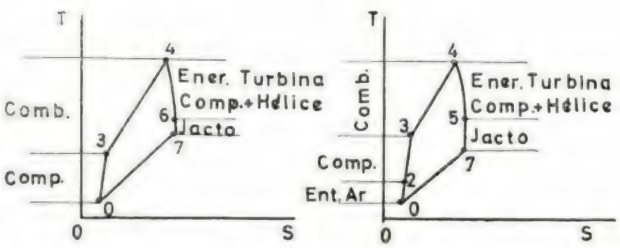


Fig. 35

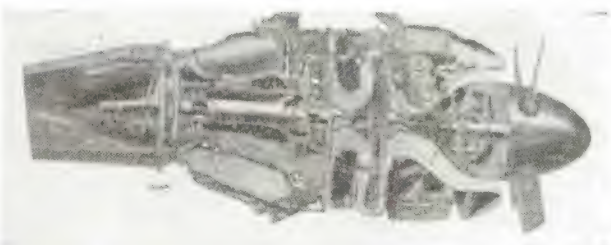


Fig. 36

Outras vezes usa-se o sistema misto de jacto e propulsão por hélice como vai indicado na figuras 36 e 37. Neste caso a turbina a gás tem de ter uma potência igualà energia gasta no compressor mais a gasta na hélice sendo portanto a energia do jacto mais pequena. Igualmente em voo a entrada do ar aumenta a força do jacto.

Já tivemos ocasião de chamar a atenção para

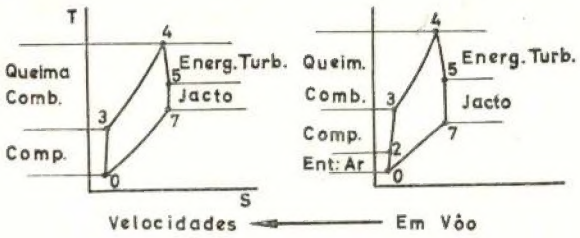


Fig. 37

o facto dos produtos de combustão das turbinas de gás sairem a uma temperatura elevada e serem ricos em oxigénio em virtude do excesso de ar a que se foi obrigado para reduzir a temperatura dos produtos de combustão a 600°.

Isto torna possível empregar os gases de escape das turbinas a gás como ar de combustão em caldeiras conduzindo a um aproveitamento total do calor nelas contido. Desta aplicação resulta que o rendimento da produção da energia será

$$\mu = 860 \frac{N}{Q_{tot} - Q_F}$$

em que

N — A potência útil da Turbina a gás kW
Q_{tot} — Calor total fornecido K.cal/hora
Q_F — Calor que seria fornecido a uma fornalha independente da mesma potência K.cal/hora
860 — Factor de conversão KWh/K.cal hora.

As figuras juntas dão uma ideia da forma mais simples de uma tal combinação.

É claro que nestas aplicações não há qualquer interesse em fazer as compressões com arrefecimentos finais.

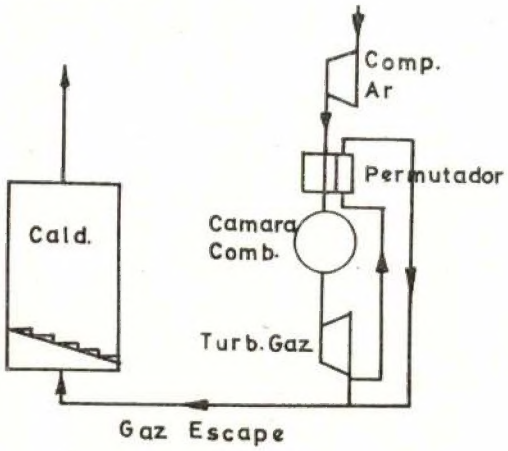


Fig. 38

O rendimento duma instalação deste género é sempre melhor do que os duma Central Térmica independente e varia entre 40 e 80 %.

As considerações que acabamos de fazer em nada são alteradas se o ar comprimido em lugar de ser aquecido numa câmara de combustão o for por intermédio de vapor e se a turbina passar a ser de ar quente em lugar de gás.

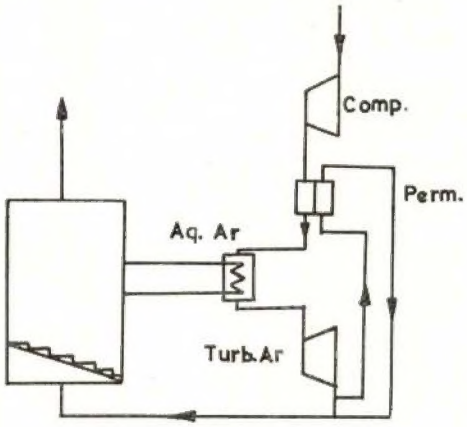


Fig. 39

O aproveitamento dos gases de escape da turbina a gás para produzir vapor numa caldeira de recuperação traz consigo a dificuldade de não poder arrefecer os gases a uma temperatura suficientemente baixa por terem estes ao sair a uma temperatura sempre bastante superior à da água da alimentação.

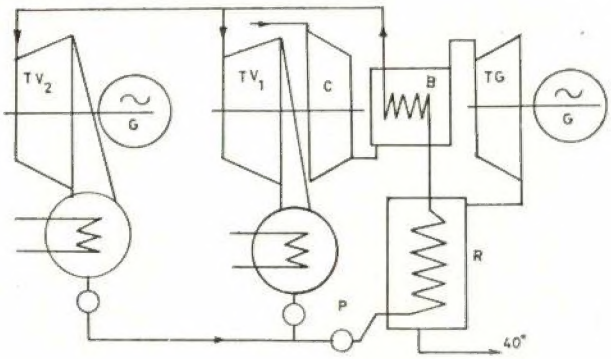


Fig. 40

TV_1 — Turbinas a vapor
TV_2 — » » »
C — Compressor
B — Câmara combustão
TG — Turbina de gás
R — Permutador
P — Bomba alimentação
G — Geradores eléctricos

O débito da água determinada pelas possibilidades da evaporação é neste caso insuficiente para permitir um arrefecimento dos gases no aquecedor de água. O problema agrava a sua complicação à medida que a pressão do vapor vai subindo e que a temperatura dos gases à entrada na caldeira vai baixando o que contra indica o emprego da caldeira de recuperação num cíclo a gás.

Há portanto necessidade de encarar o problema de outra maneira.

Determina-se o débito de água necessária para que os gases de escape saiam à temperatura conveniente a um bom rendimento. A saída do aquecedor da água R vamos obter ou água quente ou mesmo uma mistura de água a vapor. O Permutador R não é uma caldeira de recuperação mas sim um aquecedor da água da alimentacão em que este aquecimento pode ser bastante elevado pois se pode nele obter uma mistura de agua a vapor.

No caso de se dar só aquecimento da água supondo que a água vinda dos condensadores chega a 25° e que se pretende arrefecer os gases a 40° vem que a quantidade da água que se pode aquecer por kilo de gás é

$$g\ (\lambda_e - 25) = (t - 40)\ C\,p$$

sem que λ_e é o calor do líquido e t a temperatura da saída dos gases e C_p o calor específico dos mesmos.

No caso de se querer produzir já vapor saturado no permutador o que não seria de aconselhar teriamos

$$g\ (\lambda_e - 25) = (t' - 40)\ C_p$$
$$g\ (\lambda - \lambda_e) = (t - t')\ C_p$$

em que λ é o calor total de vaporização e t' a temperatura dos gases no ponto em que começava a vaporização.

A câmara de combustão da turbina a gás é agora a caldeira onde se ultima a vaporização e onde se vai dar o sobreaquecimento com a vantagem de que os produtos da combustão vão servir na turbina a gaz e sair finalmente a 40° evitando-se as perdas em calor sensível pela chaminé. Como se acaba de ver a turbina a gás aparece aqui com um complemento da instalação de vapor melhorando-se o rendimento do cíclo de vapor porque da combinação caldeira-câmara da combustão resulta uma caldeira de alto rendimento. As curvas juntas dão os rendimentos das ciclaã mistas gás e vapor que como se vê atingem 0,39.

É fácil numa pequena aplicação examinar os resultados do sistema.

Pressão da caldeira	40 kcm²
λ_e a esta pressão	301 cal kilo
λ » » »	662 cal kilo

Supondo o compressor com uma relação de compressão de 5, e uma compressão adiabática encontra-se pela fórmula

$$g\ (\lambda_e - 25) = (t - 40)\ C_p$$

que

$$g = 0{,}327 \text{ k vapor/kilo de gás}$$

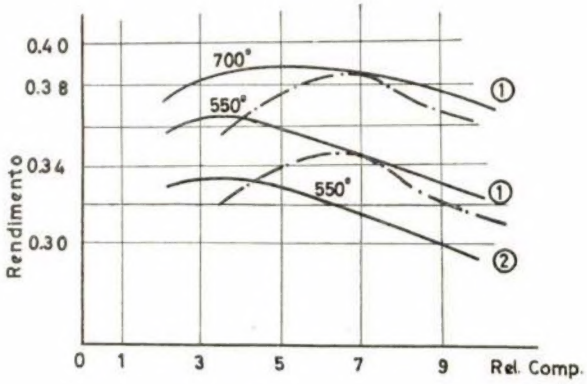


Fig. 41

o gráfico junto indica o peso do ar em kilos por kW hora produzido e por ele se tira que nas condições estabelecidas a quantidade de gás seria no caso indicado de 39,4 k por kW hora e que portanto a quantidade de água que se poderia aquecer seria de

$$39{,}4 \times 0{,}327 = 12{,}88 \text{ k de água por kW hora gás.}$$

Como o consumo de uma turbina a vapor a 65 k e 500° é em geral de 3,36 k/kW hora a produção de vapor seria de

$$\frac{12{,}88}{3{,}36} = 3{,}835 \text{ kWh vapor/kWh gás.}$$

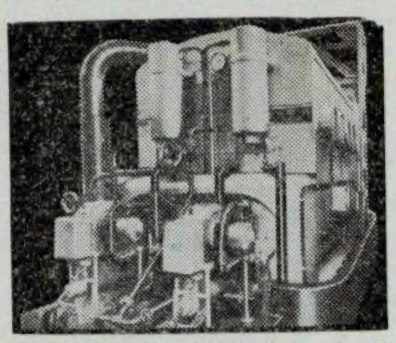
A quantidade de calor necessária a esta produção de vapor com água já aquecida a 300° é de

$$12{,}88\ (817{,}2 - 301) = 6.660 \text{ cal}$$

A TÉCNICA MAIS MODERNA
Tudor
PORTUGAL
A MARCA DE MAIOR DURAÇÃO
PILHAS SECAS
MÁXIMA DURAÇÃO
SEMPRE LUZ CLARA
Tudor
PORTUGAL
GRANDE CAPACIDADE
LONGA ARMAZENAGEM
TIPO . . .
FABRICAÇÃO SEMPRE RECENTE

FLUIDOTERMUS

Aquecedores-acumuladores industriais



A disposição da indústria nacional

Processo patenteado francês de aquecimento por fluido especial transmissor de energia térmica

- Temperatura até 300° C
- Não têm pressão (Não sujeitos a prova)
- Não têm incrustações nem oxidações
- Não têm purgadores
- Não têm panes nem periodos de paragem.

Com um pequeno permutador a mesma instalação pode produzir vapor

6 unidades para uma produção de 6.000.000 k cal h. foram já encomendadas pela indústria petrolífera para Portugal.
Fabricação inteiramente nacional

VASCO PESSOA, LDA.

Rua da Boa Vista, 63 — LISBOA

FLUIDO E MASTIC

IMPERMEABILIZAÇÕES

TORNA TUDO ESTANQUE

Impermeabilização e vedação perfeita de:

Terraços, Empenas, Algerozes, Clarabóias, Paredes húmidas, Coberturas, Fendas, Juntas de dilatação, etc., etc.

Fácil aplicação — Elasticidade excepcional
Não endurece nem apodrece

ROOFATEX **À base de borracha + alumínio**

Reforça a acção impermeabilizante do «Rubio», dando às construções um aspecto agradável — Protege todos os materiais contra a humidade, a ferrugem e a corrosão

RUBIO E ROOFATEX dois produtos que se completam

Representante Exclusivo: *Orlando Fernandes*

Rua Palmira, 46-A-B-C — LISBOA-1 — Telefs. 83 01 63 - 84 26 39 — End. teleg. «ORFER»